

**Universidade Federal de Santa Catarina**  
**Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica**

**Ajuste de Estabilizadores de Sistemas de Potência**  
**Via Controle Ótimo Com Restrições Estruturais**

**Tese submetida como parte dos requisitos para a**  
**obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica**

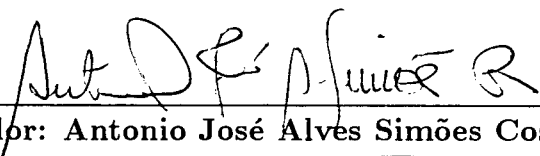
**Francisco Damasceno Freitas**

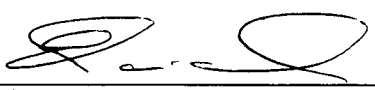
**Florianópolis, 17 de março de 1995**

**Ajuste de Estabilizadores de Sistemas de Potência**  
**Via Controle Ótimo Com Restrições Estruturais**

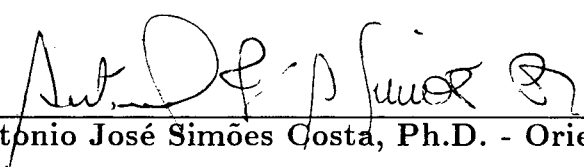
**Francisco Damasceno Freitas**


Esta Tese foi julgada adequada para a obtenção  
do título de **Doutor em Engenharia Elétrica**, e aprovada  
em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação

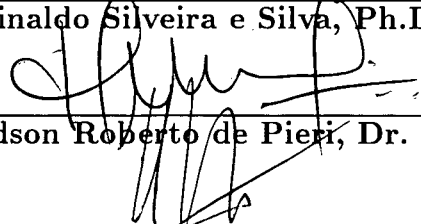
  
Orientador: **Antonio José Alves Simões Costa, Ph.D.**


  
**Enio Valmor Kassick, Dr. - Coordenador de Pós-graduação**

**BANCA EXAMINADORA**

  
**Antonio José Simões Costa, Ph.D. - Orientador**

  
**Aguinaldo Silveira e Silva, Ph.D.**

  
**Edson Roberto de Pieri, Dr.**

  
**Hugh Rudnick Van de Wyngard, Ph.D.**

  
**Pedro Luís Dias Peres, Dr.**

# Resumo

Nesta tese apresenta-se um método de projeto integrado de controladores de Sistemas de Potência. A estratégia de controle é baseada em técnicas de controle ótimo com restrições estruturais. O problema de controle ótimo é resolvido diretamente explorando-se as características de esparsidade do sistema de potência, cuja representação é feita através da matriz Jacobiana aumentada. Uma nova metodologia proposta para solução do Problema do Regulador Linear Quadrático (PRLQ) baseada nas equações de Chandrasekhar e na representação adotada para o sistema permite uma abordagem esparsa para o problema. Controladores suplementares para geradores e equipamentos FACTS são facilmente incorporados em uma representação de realimentação estática de saída. Esta formulação é obtida a partir do problema de realimentação dinâmica original através do uso de uma representação de estado apropriada do controlador e de uma decomposição adequada da descrição de espaço de estado em malha fechada. Os estabilizadores são derivados de sinais como velocidade, potência elétrica, frequência elétrica de barra ou uma combinação dinâmica de dois destes sinais. A topologia adotada para a função de transferência do estabilizador é do tipo convencional como na maioria de utilitários usados pelas empresas do setor elétrico, sendo composta de dois blocos de avanço-atraso de fase mais um ganho estático. Entretanto, topologias mais gerais podem ser facilmente implementadas através da formulação proposta.

Inicialmente são efetuados testes em dois sistemas de potência tendo em vista validar a técnica de cálculo do ganho ótimo obtido via integração numérica esparsa das equações

de Chandrasekhar. Os resultados correspondentes demonstram o desempenho superior da formulação baseada nas equações de Chandrasekhar para sistemas de potência de grande porte em relação às técnicas convencionais. Testes adicionais são então realizados em algumas redes de baixo, médio e grande porte com a finalidade de avaliar o desempenho da técnica de ajuste de múltiplos controladores descentralizados por todo sistema. O desempenho computacional do método é simultaneamente aferido. Resultados em termos de autovalores e simulação não-linear comprovam a eficácia dos controladores projetados com a finalidade de amortecimento de oscilações eletromecânicas.

# Abstract

This thesis presents a method for the integrated design of power system controllers. The control strategy is based on structurally constrained optimal control techniques. The solution method for the optimal control problem exploits the sparsity characteristics of the power system representation, which is obtained via the augmented Jacobian matrix formulation. A recently proposed methodology based on the so-called Chandrasekhar equations for solving the Linear Quadratic Regulator Problem is employed in order to take full advantage of sparsity. Supplementary controllers for generators as well as for FACTS devices are easily incorporated into a static feedback formulation of the control problem. This formulation is obtained from the original dynamic feedback formulation of the problem through the use of a proper state space representation for the controllers and an adequate decomposition of the closed loop state space equation. Power system stabilizing signals are derived from rotor speed, electric power, bus frequency or dynamical combinations of these signals. The topology adopted for the stabilizer transfer functions is of the conventional type used in most electric utilities, being composed of two lead-lag blocks and a static gain. However, more general topologies can be easily accommodated in the proposed problem formulation.

Tests aimed at validating the proposed technique for the computation of optimal feedback gains are initially conducted on two typical power systems. The corresponding results confirm the superior performance of the formulation based on Chandrasekhar equations as applied to large scale power systems. Additional tests are then performed on small,

medium and large-size networks in order to evaluate the performance of the proposed technique as it is applied to determine the settings of multiple decentralized controllers distributed throughout the systems. The computational performance of the method is simultaneously assessed. The results of both eigenvalue analysis and nonlinear simulations confirm the efficiency of the designed controllers for the damping of eletromechanical oscillations.

**Dedicada à Andréa  
e a família Bertúlio.**

**Dedicada aos meus pais.**



# Agradecimentos

Ao Professor Antonio José Alves Simões Costa, pela valiosa orientação deste trabalho, incentivo, espírito de companheirismo e pontualidade.

Ao Professor Aguinaldo Silveira e Silva, pelas valiosas e proveitosas discussões compartilhadas em uma série de trabalhos.

A Universidade Federal de Santa Catarina por me proporcionar os recursos técnico-didáticos do curso.

Aos Professores do curso de pós-graduação especialmente: aos Professores Hans, Salgado, Jairo, Campagnolo.

Ao colega Professor Wilson Gonçalves de Almeida, da Universidade de Brasília, pelo incentivo irrestrito durante o curso na UFSC.

Ao Dr. Nelson Martins, do CEPEL pelo constante incentivo sobre o trabalho.

Ao Professor Ricardo José de Carvalho, pelos inúmeros favores prestados nessa fase final do curso.

Aos Colegas da pós-graduação em Engenharia Elétrica: Alessandro, André della Rocca, André Lerm, Bazanella, Denise, Fernando Mussoi, Flávio e Ana Karina, Gilmar, Gladis, Gouveia, Jacqueline, João Carlos, Raimundo Teive, Ricardo Gutierrez, Robson, Roberto, Ruth, Sílvia, Thair, Zique.

A secretária Carmen do LABSPOT e ao secretário da pós-graduação Wilson Costa.

A Universidade de Brasília, por ter me concedido os recursos necessários para realização do curso.

A CAPES-PICD, pela concessão de bolsa de estudo durante meu curso na UFSC.

# Nomenclatura

$\Delta$ : Operador diferença

$\delta$ : Ângulo do eixo do rotor em radianos

$\Phi_m$ : Atraso de fase, em graus

$\theta$ : Ângulo da tensão de barra, em radianos

$\alpha$ : ângulo de fase introduzido pelo PHS ( $\alpha > 0$  significa avanço e  $\alpha < 0$  atraso ou defasagem)

$\Omega$ : conjunto de matrizes  $\mathbf{K}$  t.q.  $\mathbf{F}(\mathbf{K}) = \mathbf{0}$

$\epsilon_o$ : Tolerância do ganho ótimo para convergência ao regime estacionário no processo de integração numérica

$\epsilon_r$ : Tolerância do ganho ótimo para atendimento de restrições estruturais

$\rho$ : Variável para controle de convergência do ganho

$\gamma_o$ : Índice de otimalidade

$\lambda$ : Notação usada para autovalor (valor característico)

$\Lambda$ : Matriz diagonal contendo os autovalores da matriz de estado

$\xi$ : Variável auxiliar

$\sigma(\cdot)$ : Denota o espectro de  $(\cdot)$

$\mathcal{C}^-$ : Conjunto dos números complexos com parte real negativa

$\mathbb{R}$ : Conjunto dos números reais

$\mathbb{R}^n$ : Espaço dos vetores reais de dimensão  $n \times 1$

$\mathbb{R}^{m \times n}$ : Espaço das matrizes reais de dimensão  $m \times n$

$\| \cdot \|_e$ : Denota a norma euclidiana de  $(\cdot)$

$(\cdot)^T$ : Denota a transposta da matriz genérica  $(\cdot) \in \mathbb{R}^{m \times n}$

$\text{Tr}(\cdot)$ : Denota o traço de  $(\cdot)$

$\det(\cdot)$ : Denota o determinante de  $(\cdot)$

$\tan(\alpha)$ : tangente de  $\alpha \triangleq \sin(\alpha)/\cos(\alpha)$

$\sec(\alpha)$ : secante de  $\alpha \triangleq 1/\cos(\alpha)$

$\text{senal}(\cdot)$ : Denota o sinal da expressão  $(\cdot)$ , conforme definido no Apêndice D

**I**: Matriz identidade

$N_B$ : Número de barras

$G_{ij}$ : Condutância da admitância  $Y_{ij}$

$B_{ij}$ : Susceptância da admitância  $Y_{ij}$

$Y_{ij}$ : Elemento complexo  $i, j$  da matriz de admitância nodal

$\mathbf{I}_B$ : Vetor contendo as partes reais e imaginárias de correntes

$\mathbf{V}_B$ : Vetor contendo as partes reais e imaginárias de tensões

$V_r$ : Parte real da tensão de barra, em p.u.

$V_m$ : Parte imaginária da tensão de barra, em p.u.

$V_t$ : Magnitude da tensão terminal de barra, em p.u.

$V_{ref}$ : Tensão de referência, em p.u.

$V_s$ : Sinal suplementar de tensão, em p.u.

$V_d$ : Tensão no eixo direto, em p.u.

$V_q$ : Tensão no eixo de quadratura, em p.u.

$I_r$ : Parte real da corrente, em p.u.

$I_m$ : Parte imaginária da corrente, em p.u.

$I_d$ : Corrente no eixo direto, em p.u.

$I_q$ : Corrente no eixo de quadratura, em p.u.

$\mathbf{Y}_B$ : Matriz admitância de barra (forma real)

$\omega$ : Velocidade angular da máquina, em p.u.  
 $\omega_0$ : Velocidade angular em  $rad/s$  para frequência de 60 Hz  
 $\omega_n$ : Frequência natural não amortecida em  $\frac{rad}{s}$   
 $\zeta_n$ : Amortecimento na frequência natural  $\omega_n$   
 $H$ : Constante de inércia, em MW.s/MVA  
 $P_m$ : Potência mecânica, em p.u.  
 $P_e$ : Potência elétrica nos terminais da máquina, em p.u.  
 $D$ : Constante de amortecimento, em p.u.  
 $P, Q$  e  $S$ : potência ativa, reativa e aparente respectivamente  
 $E'_q$ : Tensão proporcional ao enlace de fluxo do campo, em p.u.  
 $E''_q$ : Tensão proporcional ao fluxo subtransitório de eixo direto, em p.u.  
 $E''_d$ : Tensão proporcional ao fluxo subtransitório de eixo de quadratura, em p.u.  
 $E_{fd}$ : Tensão de campo, em p.u.  
 $x_d$ : Reatância síncrona de eixo direto, em p.u.  
 $x_q$ : Reatância síncrona de eixo em quadratura, em p.u.  
 $x'_d$ : Reatância transitória de eixo direto, em p.u.  
 $x''_d$ : Reatância subtransitória de eixo direto, em p.u.  
 $x''_q$ : Reatância subtransitória de eixo de quadratura, em p.u.  
 $r_s$ : Resistência do enrolamento da armadura, em p.u.  
 $T'_{do}$ : Constante de tempo transitória de circuito aberto segundo o eixo direto, em s.  
 $T''_{do}$ : Constante de tempo subtransitória de circuito aberto segundo o eixo direto, em s.  
 $T''_{qo}$ : Constante de tempo subtransitória de circuito aberto segundo o eixo de quadratura, em s.

$K_a$ : Ganho em regime permanente do regulador de tensão, em p.u.  
 $T_a$ : Constante de tempo do regulador de tensão, em s.  
 $K_e$ : Ajuste do reostato de campo “shunt” no sistema de excitação de campo “shunt” auto-excitado  
 $T_e$ : Constante de tempo da excitatriz (associada com o controle da excitatriz), em s.  
 $S_e$ : Função de saturação da excitatriz  
 $K_F$ : Ganho do controle derivativo da excitatriz, em p.u.  
 $T_F$ : Constante de tempo do ramo derivativo de realimentação da excitatriz, em s.  
 $V_F$ : Sinal de saída de tensão do ramo derivativo, em p.u.  
 $K_c, K_{c1}, K_{c2}, K_\omega, K_{Pe}$ : Ganhos de sinal adicional, em p.u.  
 $T_1, T_3, T_5, T_6$ : Variáveis relacionadas com os zeros do sinal adicional (constantes de tempo em s).  
 $T_2, T_4$ : Variáveis relacionadas com os pólos do sinal adicional (constantes de tempo em s)  
 $d_1, \beta_0, \beta_1$ : Elementos da matriz de realimentação de saída do controlador  
 $\alpha_0, \alpha_1$ : Coeficientes da equação característica do controlador  
 $x_{c1}, x_{c2}, y_c, u_c$ : variáveis de estados, saída, e entrada respectivamente do controlador  
 $V_{smax}, V_{smin}$ : Sinal máximo e mínimo de saída, respectivamente, do controlador em p.u.  
 $T_w$ : Constante de tempo, em s, do bloco “washout”  
 $B_{CER}$ : Sinal de saída do CER, em p.u.  
 $B_\ell$ : Admitância variável do CER, em p.u.  
 $B_c$ : Admitância capacitiva do CER, em p.u.

$B_{\ell_{max}}$ : Admitância reativa máxima do CER, em p.u.  
 $K_{CER}$ : Ganho do controle primário do CER, em p.u.  
 $T_{CER}$ : Constante de tempo do controle primário do CER, em s.  
 $\bar{I}_{CER}$ : Injeção de corrente na barra em p.u. devido ao CER  
 $x_{tCER}$ : Reatância do transformador do CER  
 $T_d$ : Constante de tempo do bloco derivador, em s  
 $f$ : Frequência de barra *ac* em Hz  
 $\mathbf{x}$ : vetor de variáveis de estado  
 $\mathbf{z}$ : vetor de variáveis algébricas  
 $\mathbf{u}$ : vetor de variáveis de controle  
 $\mathbf{y}$ : vetor de variáveis de saída  
 $\mathbf{x}_a$ : vetor aumentado de variáveis de estado  
 $\mathbf{u}_a$ : vetor aumentado de variáveis de controle  
 $\mathbf{y}_a$ : vetor aumentado de variáveis de saída  
 $\mathbf{A}$ : Matriz de estado  
 $\mathbf{J}_A, \mathbf{J}_B, \mathbf{J}_C, \mathbf{J}_D$ : Submatrizes da matriz Jacobiana aumentada  
 $\mathbf{B}, \mathbf{C}$ : Matrizes de entrada e saída respectivamente  
 $n$ : Número de estados  
 $N$ : Número de subsistemas (número de controladores)  
 $N_e$ : Número de equipamentos com representação dinâmica (geradores e dispositivos FACTS)  
 $m$ : Número de entradas ou posto da matriz  $\mathbf{B}$   
 $p$ : Posto da matriz  $\mathbf{Q}$   
 $\mathbf{A}_c, \mathbf{B}_c, \mathbf{C}_c, \mathbf{D}_c$ : Matrizes relacionadas à representação do controlador na sua forma canônica observável  
 $\mathbf{G}$ : Matriz de realimentação de saída

**J**: Função objetivo quadrática com ponderações de estados e controles  
**Q**: Matriz de ponderação de estados  
**R**: Matriz de ponderação de controles  
**K\***, **K**: Ganhos de realimentação do controle ótimo  
**P\***, **P**: Soluções da equação de Riccati  
**F(W)**, **F(K)**: Função matricial de restrições estruturais  
 $t_f$ ,  $T$ : Tempo final, em s  
 $t$ : Tempo, em s  
 $t_0$ : Tempo inicial, em s  
**M**: Matriz  $p \times n$  resultante da decomposição de Choleski de **Q**  
**S**, **W**: Matrizes das equações de Chandrasekhar (**W** é também usada como matriz de transformação linear construída a partir dos autovetores à direita)  
**U**, **V**: Matrizes auxiliares, sendo que **V** é também usada como matriz de transformação linear composta dos autovetores à esquerda  
 $\mathbf{W}_{i+1}^{(0)}$ : Estimação de **W** na amostra  $i + 1$   
 $\mathbf{W}_{i+\frac{1}{2}}^{(0)}$ : Estimação de **W** entre as amostras  $i$  e  $i + 1$   
**Z**: Matriz auxiliar relacionando a matriz de estado com o passo de integração ( $\mathbf{Z} = \mathbf{I} + \frac{h}{2}\mathbf{A}$ ) ( também usada para designar a matriz hamiltoniana no Apêndice D)  
 $h$ : Passo de integração, em s  
**w**: Vetor solução de um sistema linear de equações (autovetor à direita no Apêndice C)  
**v**: Autovetor à esquerda

# Siglas

AC - Corrente alternada

AUTOVAL - Programa desenvolvido no CEPEL para análise de estabilidade dinâmica [17]

CC - Corrente contínua

CEPEL - Centro de Pesquisas de Energia Elétrica

CER - Compensador estático de reativo

COG - Controle ótimo global

ESP - Estabilizador de Sistemas de Potência

FACTS - Sistemas de transmissão AC flexíveis

FCO - Forma canônica observável

GCOI - Grupo Coordenador para Operação Interligada da Eletrobrás

PHS - Defasador angular controlado eletronicamente (“power-controlled Phase Shifter”)

PRLQ - Problema do regulador linear quadrático

TCSC - Compensador série controlado a tiristor (“Thyristor Controlled Series Compensator”)



# Índice

<b>Resumo</b>	<b>iii</b>
<b>Abstract</b>	<b>v</b>
<b>Nomenclatura</b>	<b>x</b>
<b>Siglas</b>	<b>xvi</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Considerações Iniciais . . . . .	1
1.2 Contribuições do Trabalho . . . . .	5
1.3 Organização do Trabalho . . . . .	8
<b>2 Representação dos Sistemas de Potência</b>	<b>11</b>
2.1 Introdução . . . . .	11
2.2 Equações da Rede em Regime Estacionário . . . . .	12
2.3 A Máquina Síncrona . . . . .	14
2.3.1 Representação da Máquina Síncrona . . . . .	15
2.3.2 Sistema de Excitação . . . . .	19
2.3.2.1 Sistema de Excitação IEEE - DC1 . . . . .	19
2.3.2.2 Sistema de Excitação IEEE ST1 Modificado . . . . .	21
2.3.2.3 Sistema de Excitação Estático . . . . .	22

2.3.3	Representação dos Controladores de Sistemas de Potência (Sinais Adicionais) . . . . .	23
2.4	Representação de equipamentos FACTS . . . . .	26
2.4.1	Compensador Estático de Reativo - CER . . . . .	26
2.4.2	Compensadores-Série Controlados a Tiristores . . . . .	29
2.4.3	Defasadores Angulares Controlados Eletronicamente . . . . .	33
2.5	Representação de Cargas Estáticas Não-lineares . . . . .	38
2.6	Formação da Matriz Jacobiana . . . . .	40
2.7	Incorporação da Representação de Sinais Estabilizadores . . . . .	43
2.8	Conclusão . . . . .	45
<b>3</b>	<b>Controle Ótimo com Restrições Estruturais</b>	<b>47</b>
3.1	Introdução . . . . .	47
3.2	Formulação do Problema do Regulador Linear Quadrático . . . . .	48
3.3	Problema de Controle Ótimo com Restrições Estruturais . . . . .	50
3.3.1	Restrição por Realimentação da Saída . . . . .	50
3.3.2	Controle por Realimentação Descentralizada dos Estados . . . . .	51
3.3.3	Realimentação Descentralizada das Saídas . . . . .	53
3.4	Restrições Estruturais Genéricas . . . . .	55
3.4.1	Equação de Riccati Generalizada . . . . .	55
3.5	Revisão Bibliográfica de Algumas Técnicas de Resolução da Equação de Riccati . . . . .	60
3.6	Conclusão . . . . .	61
<b>4</b>	<b>Ajuste de Controladores de Sistemas de Potência</b>	<b>62</b>
4.1	Introdução . . . . .	62
4.2	Equações Generalizadas X-Y (Equações de Chandrasekhar) . . . . .	63

4.2.1	Determinação do Ganho Ótimo Via Equações de Chandrasekhar . .	67
4.2.1.1	Integração Numérica . . . . .	68
4.2.1.2	Equações do Método de BANKS e ITO . . . . .	69
4.3	Nova Abordagem para Cálculo do Ganho Explorando Esparsidade . . . . .	71
4.3.1	Modificação do Algoritmo de BANKS e ITO . . . . .	71
4.3.1.1	Influência do Passo de Integração . . . . .	71
4.3.2	Solução com Esparsidade . . . . .	74
4.3.3	Solução Esparsa do Produto $SZ^{-1}$ . . . . .	75
4.3.4	Determinação do Ganho Ótimo . . . . .	77
4.4	Determinação do Ganho com Restrições Estruturais . . . . .	78
4.4.1	Síntese dos Controladores . . . . .	81
4.5	Conclusão . . . . .	82
<b>5</b>	<b>Resultados da Solução do Problema de Controle Ótimo</b>	<b>83</b>
5.1	Introdução . . . . .	83
5.2	Implementação dos Métodos de Solução . . . . .	84
5.3	Ganho Ótimo em Regime . . . . .	85
5.3.1	Cálculo do Ganho Proporcional . . . . .	86
5.3.2	Ganho em Regime Estacionário . . . . .	88
5.3.3	Esforço Computacional . . . . .	91
5.3.3.1	Influência da Ponderação de Estados . . . . .	91
5.4	Influência do Número de Entradas e de Estados no Cálculo do Ganho . . .	93
5.5	Estabilidade Numérica . . . . .	96
5.6	Conclusão . . . . .	98
<b>6</b>	<b>Resultados do Ajuste de Controladores</b>	<b>100</b>
6.1	Introdução . . . . .	100

6.2	Sistemas-Teste . . . . .	101
6.2.1	Sistema Máquina-Barra Infinita . . . . .	101
6.2.2	Sistema New England . . . . .	103
6.2.3	Sistema Equivalente Sul-Sudeste . . . . .	104
6.2.4	Sistema Sul-Sudeste Interligado . . . . .	106
6.3	Síntese de Controladores para FACTS no Sistema Máquina-Barra Infinita .	107
6.4	Síntese de Controladores do Sistema New England . . . . .	109
6.4.1	ESPs Derivados da Potência Elétrica . . . . .	110
6.4.2	ESPs Derivados da Velocidade . . . . .	115
6.4.3	ESPs Derivados de Dois Sinais . . . . .	122
6.5	Projeto Convencional de ESP . . . . .	124
6.6	Projeto de Controladores para o Sistema Equivalente Sul-Sudeste .	129
6.6.1	Controladores em Máquinas, CER e TCSC . . . . .	129
6.6.1.1	Esforço Computacional . . . . .	131
6.6.2	Máquinas, CER, TCSC e PHS . . . . .	132
6.7	Projeto de ESPs para um Sistema de Grande Porte . . . . .	135
6.7.1	Seleção de geradores para alocação de ESPs . . . . .	135
6.7.2	Resultados da Síntese de ESP . . . . .	137
6.8	Desempenho do Método Integrado em Aplicações a Sistemas de Grande Porte . . . . .	139
6.9	Conclusões . . . . .	146
<b>7</b>	<b>Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros</b>	<b>148</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>154</b>
<b>A</b>	<b>Apêndice A: Dados do Sistema Máquina-Barra Infinita</b>	<b>165</b>

<b>B</b>	<b>Apêndice B: Dados do Sistema Equivalente Sul-Sudeste</b>	<b>167</b>
<b>C</b>	<b>Apêndice C: Conceitos Básicos de Análise Modal</b>	<b>176</b>
C.1	Autovalores e Modos de Oscilação . . . . .	176
C.2	Autovetores e “Mode Shape” . . . . .	177
C.3	Fatores de Controlabilidade e Observabilidade . . . . .	178
C.4	Resíduos . . . . .	179
C.5	Fatores de Participação . . . . .	180
<b>D</b>	<b>Apêndice D: Alguns Métodos de Resolução da Equação de Riccati</b>	<b>182</b>
D.1	Matriz Hamiltoniana . . . . .	182
D.2	Solução da Equação de Riccati . . . . .	183
D.2.1	Método de Autovalores-Autovetores . . . . .	183
D.2.2	Método da Função Sinal . . . . .	184
D.2.3	Método de Newton-Raphson . . . . .	185
D.2.4	Método de Integração Direta . . . . .	187

# Lista de Tabelas

5.1	Alguns elementos da matriz $\mathbf{W}$ . . . . .	87
5.2	Autovalores dominantes . . . . .	88
6.1	Autovalores em malha aberta do sistema máquina-barra infinita . . . . .	103
6.2	Autovalores em malha aberta para o sistema equivalente Sul-Sudeste . . .	106
6.3	Autovalores em malha fechada do sistema máquina-barra infinita . . . . .	108
6.4	Parâmetros dos ESPs para o sistema New England derivados da Potência elétrica . . . . .	112
6.5	Parâmetros dos ESPs para o sistema New England derivados da velocidade	116
6.6	Parâmetros dos ESPs para o sistema New England derivados da velocidade (alguns ESPs com atraso de fase) . . . . .	119
6.7	Parâmetros dos ESPs derivados da Potência elétrica e velocidade para o sistema New England . . . . .	123
6.8	Autovalores dominantes em malha aberta e malha fechada do sistema New England . . . . .	124
6.9	Parâmetros dos ESPs obtidos pelo modelo clássico e algumas características modais e de fase . . . . .	125
6.10	Autovalores dominantes do sistema equivalente Sul-Sudeste com controladores . . . . .	130

6.11	Parâmetros dos ESPs dos geradores derivados da velocidade: sistema equivalente Sul-Sudeste . . . . .	130
6.12	Parâmetros dos ESPs dos geradores derivados da potência elétrica: sistema equivalente Sul-Sudeste . . . . .	132
6.13	Parâmetros dos controladores do sistema equivalente Sul-Sudeste com 3 FACTS . . . . .	133
6.14	Módulo dos resíduos de modos dominantes do sistema interligado Sul-Sudeste	136
6.15	Parâmetros dos controladores do sistema interligado Sul-Sudeste . . . . .	138
6.16	Autovalores dominantes do sistema interligado Sul-Sudeste . . . . .	138
6.17	Autovalores dominantes para algumas iterações . . . . .	145
A.1	Dados do fluxo de carga para o ponto de operação . . . . .	166

# Lista de Figuras

2.1	Eixos $d - q$ da máquina síncrona em relação à referência . . . . .	15
2.2	Sistema de excitação IEEE - DC1 . . . . .	19
2.3	Bloco derivativo equivalente . . . . .	20
2.4	Sistema de excitação IEEE - ST1 . . . . .	21
2.5	Sistema de excitação estático . . . . .	23
2.6	Modelo do ESP dinâmico . . . . .	24
2.7	CER do tipo Capacitor fixo - reator controlado por tiristores . . . . .	27
2.8	Modelo de primeira ordem do CER e de seu sinal adicional . . . . .	27
2.9	Blocos derivadores . . . . .	28
2.10	TCSC ligado entre as barras $k$ e $j$ . . . . .	29
2.11	Modelo PI do circuito de controle do TCSC . . . . .	30
2.12	Diagrama de controle modificado do TCSC . . . . .	31
2.13	Esquema de ligação do PHS . . . . .	33
2.14	Modelo usado para o PHS . . . . .	34
3.1	Estrutura de controle descentralizada . . . . .	52
4.1	Esquema ilustrativo do processo de variação do passo de integração . . . . .	73
5.1	Simulações com passo fixo de 3 elementos de $\mathbf{WZ}^{-1}$ . . . . .	89
5.2	Simulações com passo variável de 3 elementos de $\mathbf{WZ}^{-1}$ . . . . .	90
5.3	Tempo de CPU $\times$ posto de $\mathbf{Q}$ . . . . .	92



5.4	Tempo de CPU $\times n$ para $m$ constante . . . . .	94
5.5	Tempo de CPU $\times m$ para $n$ constante . . . . .	95
6.1	Sistema máquina-barra infinita . . . . .	102
6.2	Simulação não-linear do sistema máquina-barra infinita . . . . .	108
6.3	Resposta de fase no domínio da frequência para os ESPs do sistema New England derivados da potência elétrica . . . . .	113
6.4	Sistema New England em malha aberta e com ESPs derivados da potência elétrica . . . . .	114
6.5	Resposta de fase no domínio da frequência para os ESPs do sistema New England derivados da velocidade . . . . .	117
6.6	Sistema New England em malha aberta e com ESPs derivados da velocidade	118
6.7	Resposta de fase no domínio da frequência para os ESPs derivados da velocidade e com ganhos e/ou constantes de tempo negativos . . . . .	120
6.8	Sistema New England em malha aberta e com ESPs derivados da velocidade (ganhos negativos) . . . . .	121
6.9	ESPs derivados da velocidade: projeto convencional e projeto integrado . .	127
6.10	Resposta de fase para ESPs derivados da velocidade (método seqüencial) .	128
6.11	Simulação não-linear para o sistema Sul-Sudeste com controladores em 2 máquinas, CER, TCSC e 2 PHSs . . . . .	134
6.12	Erro relativo do processo de convergência do ganho com restrições . . . . .	141
6.13	Tempo de CPU $\times$ número de iterações . . . . .	141
6.14	Ganho $K_c \times$ número de iterações . . . . .	142
6.15	$T_1 \times$ número de iterações . . . . .	143
6.16	$T_3 \times$ número de iterações . . . . .	144
B.1	Diagrama unifilar principal da rede equivalente ao sistema Sul-Sudeste . .	167

C.1 Interpretação das participações . . . . .	181
---	-----

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Considerações Iniciais

Os sistemas de potência modernos têm sofrido vários problemas operacionais devido a oscilações eletromecânicas pouco amortecidas. As causas destes problemas estão relacionadas, em geral, com a ação de reguladores de tensão de resposta rápida e alto ganho, topologia da rede e grau de carregamento do sistema.

Um sistema pouco amortecido pode ser inaceitável do ponto de vista de estabilidade, porque pequenas perturbações manteriam-no em constante oscilação, prejudicando a qualidade do fornecimento de energia elétrica. Além de um certo ponto, a oscilação de fluxos de potência nas linhas pode levar à atuação da proteção e conseqüente abertura de linhas de transmissão.

O emprego de Estabilizadores de Sistemas de Potência (ESPs) - adicionados à excitação dos geradores - constitui-se em uma eficiente fonte de amortecimento de oscilações eletromecânicas [22, 3, 46, 7, 65, 42]. Os ESPs são, geralmente, derivados da velocidade do rotor, frequência, potência elétrica ou combinação de dois ou três desses sinais [54, 31, 72, 77]. Outras fontes de amortecimento empregadas são os Compensadores Estáticos de Reativo (CERs) [60, 4]; elos de corrente contínua com modulação [59, 57]; e,

mais recentemente, sinais adicionais em dispositivos de “Flexible AC Transmission Systems” (FACTS) [45, 58, 73, 32, 55]. É necessário que os controladores que constituem estas fontes de amortecimento tenham seus parâmetros ajustados adequadamente. Um outro aspecto relevante é o da melhor localização destas fontes de amortecimento no sistema, a qual pode ser feita através de métodos como fatores de participação [61, 62] resíduos [6, 53] e “mode shapes” [70, 42].

Os estudos de problemas relativos ao amortecimento de oscilações eletromecânicas são realizados com base em um modelo linearizado do sistema em torno de um ponto de operação. O grau de detalhamento destes modelos linearizados para os sistemas elétricos de potência varia de acordo com o método empregado na modelagem e representação. Um modelo usado em muitos trabalhos relacionados à estabilidade a pequenos sinais é o conhecido como modelo linearizado de Heffron - Phillips [22, 87, 64]. Neste modelo, a máquina síncrona é representada por três equações diferenciais, além de uma equação diferencial adicional relativa ao seu sistema de excitação. A representação de estados correspondente apresenta como desvantagem o fato de sua matriz de estado não ser muito esparsa. Além do mais, as restrições quanto à representação da máquina, introduzidas pelo modelo, constituem-se em uma grande dificuldade para uma modelagem mais detalhada. Não só a representação das máquinas é uma limitação: a representação de CERs, cargas, e outros equipamentos FACTS, etc. são também bastante restritivas. A formulação do problema pela matriz Jacobiana aumentada [51, 54, 83], composta de variáveis de estado e algébricas, não apresenta tais limitações. Ao contrário, a estrutura altamente esparsa da matriz Jacobiana permite o emprego de técnicas para solução de sistemas lineares, explorando a esparsidade. Além disso, há maior flexibilidade quanto à representação de cargas, elos de corrente contínua, equipamentos FACTS, etc.

A forma clássica de ajuste de ESP considera o caso em que uma máquina está conectada a um barramento infinito [22, 3]. Neste caso interações dinâmicas com outras

máquinas não são consideradas. Muito menos pode-se dizer de interações com outros equipamentos que tenham sua dinâmica modelada, como é o caso de dispositivos FACTS. A necessidade de ajustes coordenados de ESPs levou a estudos que contemplassem também a interação dinâmica entre as diversas máquinas do sistema [23, 25, 86]. A maioria dos trabalhos recentes usa a matriz de estado no projeto dos controladores. Técnicas como posicionamento de pólos são bastante utilizadas como método de projeto [79, 1]. Fatores de participação e resíduos de função de transferência têm sido usados como orientação para localização dos ESPs [61, 62]. Outras técnicas de projeto de controladores para sistemas de potência de grande porte, no domínio da frequência, como diagrama de Nyquist, usam a abordagem da matriz Jacobiana [54]. Entretanto, os ajustes dos controladores apresentados por estas abordagens, conquanto considerem as interações entre máquinas, não são realizados de forma simultânea, ou seja, são determinados seqüencialmente [54]. Pode-se dizer então que este caso é uma extensão da abordagem do modelo máquina-barra infinita estendida ao caso multimáquinas. Embora podendo ser consideradas na modelagem, as interações dinâmicas entre máquinas e interáreas não são levadas em conta adequadamente no processo de ajuste dos controladores [79, 25, 23].

A aplicação de métodos integrados, ao contrário dos métodos seqüenciais, torna-se bastante atraente, visto que estes métodos podem levar em conta as interações dinâmicas mencionadas anteriormente. Métodos baseados no projeto de controladores ótimos descentralizados apresentam estas características desejáveis [64, 85]. Entretanto, as técnicas existentes na literatura para a solução do problema de controle ótimo ainda são pouco eficazes do ponto de vista computacional e de flexibilidade de representação de componentes do sistema, quando se trata de sistemas dinâmicos de grande porte. Estas técnicas são baseadas na minimização de um índice de desempenho onde são ponderados os desvios quadráticos dos estados e os desvios quadráticos dos esforços de controle, e que é sujeito às restrições das equações de estado do sistema. Esta abordagem é conhecida na literatura

como Problema do Regulador Linear Quadrático (PRLQ) [63, 44].

A solução do PRLQ é determinada através da solução da equação de Riccati [63, 44]. Existem numerosas técnicas para solucionar esta equação (veja Apêndice D). Nenhuma delas procura explorar a esparsidade inerente dos sistemas de grande porte e seu uso torna-se proibitivo para sistemas de ordens muito elevadas. Além do mais, o problema é resolvido usando a matriz de estado. Uma metodologia explorada por BENDER e LAUB [10] conhecida como Sistemas Descritores ( “Descriptor Systems”) para sistemas representados por equações de estado e equações algébricas coloca o problema de controle ótimo em uma forma análoga àquela apresentada pela matriz Jacobiana. A solução da equação de Riccati neste caso é obtida através do cálculo de autovalores-autovetores. Esta abordagem torna-se interessante, se a ordem do sistema é reduzida ou se apenas os autovalores dominantes são considerados. Não se dispõem de resultados desta técnica para sistemas de grande porte e onde se explore esparsidade do sistema, embora a mesma pareça adequada para sistemas reduzidos.

Uma outra forma de resolução do PRLQ, que se caracteriza por uso da solução explícita da equação de Riccati, é apresentada por CASTI [15]. Por esta forma de resolução, a equação de Riccati é substituída por um sistema de equações diferenciais acopladas não-lineares denominadas “funções generalizadas”  $\mathbf{X-Y}$ , ou equações de Chandrasekhar. Este sistema constitui um conjunto de  $n(p + m)$  equações para determinação do ganho de realimentação do controle ótimo, onde  $n$ ,  $p$ ,  $m$  são respectivamente as dimensões do espaço de estados, saídas e entradas. Portanto, se o número de entradas e saídas é pequeno comparado com  $n$ , o sistema generalizado  $\mathbf{X-Y}$  é composto por um pequeno número de equações, em comparação à técnica clássica de integração numérica. Explorando esta abordagem, BANKS e ITO [8] propuseram um algoritmo numérico híbrido para determinação do ganho de realimentação ótimo no PRLQ aplicados a sistemas com elevada dimensão. Neste algoritmo, o ganho de realimentação no PRLQ é computado de forma

direta, integrando-se inicialmente as equações de Chandrasekhar e em seguida fazendo-se um refinamento através do método de Newton - Kleinman [40]. O método proposto por BANKS e ITO foi direcionado para a solução do PRLQ aplicado a sistemas que são regidos por equações diferenciais parciais. Em tal caso, a dimensão do espaço de entradas  $m$  é fixa e de ordem muito reduzida; e além disso, o sistema matricial  $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$  é, em geral, esparso, uma característica que é bem explorada pelo método.

No caso de sistemas de potência, a técnica de determinação do ganho e conseqüentemente dos ESPs, através das equações de Chandrasekhar, é muito interessante por várias razões, entre as quais:

1. Pode-se selecionar de antemão as máquinas síncronas e/ou outros equipamentos mais adequados para a instalação de controladores;
2. Podem ser aplicadas técnicas de esparsidade conhecidas na literatura [81, 14] utilizando-se a formulação da matriz Jacobiana;
3. Não há limitações da dimensão do espaço de estados, a princípio, se a dimensão do espaço de entradas e de saídas forem reduzidas;
4. A formulação do problema através da matriz Jacobiana mantém a identidade da rede, além de possibilitar uma modelagem diversificada para os equipamentos.

## 1.2 Contribuições do Trabalho

O presente trabalho usa a teoria de controle ótimo para o projeto de controladores de sistemas de potência (estabilizadores em máquinas síncronas e sinais adicionais em dispositivos FACTS). Entre as contribuições deste trabalho pode-se destacar:

- a) O projeto global de controladores para sistemas de potência multimáquinas de grande porte incluindo equipamentos FACTS.

- b) A apresentação de um método para obtenção explícita do ganho de controle ótimo, usado no processo de cálculo dos parâmetros dos controladores. Na realidade, os parâmetros dos controladores são determinados a partir de ganhos descentralizados [36, 64] que são obtidos, por sua vez, iterativamente, resolvendo-se um PRLQ até que uma condição estrutural imposta seja satisfeita. A solução é calculada diretamente formulando-se o problema como um conjunto de equações matriciais não-lineares conhecidas na literatura técnica específica [8, 38, 15] como equações de Chandrasekhar. Neste trabalho, estas equações são resolvidas via integração numérica, explorando-se a esparsidade inerente dos sistemas. O método em questão é aplicado particularmente a sistemas de potência.
- c) O emprego de técnicas eficientes de esparsidade. Este recurso torna-se possível graças à representação do sistema de potência pela matriz Jacobiana aumentada que apresenta grau de esparsidade bem maior que a representação por espaço de estados. A aplicação de tal procedimento constitui um avanço, uma vez que métodos que usam técnicas de esparsidade na determinação do ganho ótimo [8] empregam representação por espaço de estados.
- d) O cálculo do ganho ótimo, conforme mencionado no item b), aplica-se igualmente a outros sistemas físicos cuja representação seja semelhante aos sistemas de potência, embora não se tenha efetuado nenhum teste com processos que não sejam sistemas de potência.
- e) O emprego de matrizes de ponderação de estados no PRLQ de tal forma que não seja necessário o uso de decomposição de Choleski, conforme proposto inicialmente em [30]. A escolha destas matrizes pode resultar em diminuição do volume de cálculo, uma vez que, impondo-se matrizes de peso



com posto reduzido, reduz-se consideravelmente o número de equações não-lineares a serem resolvidas comparadas à situação em que o posto da matriz de ponderação de estados apresenta posto pleno. Este procedimento é também aplicado ao problema de controle ótimo com restrições estruturais, seguindo a mesma metodologia proposta por GEROMEL e PERES em [35, 36]. Mais uma vez, calcula-se a matriz de ganho ótimo a cada iteração, porém sem a necessidade da formação direta de uma nova matriz de ponderação de estado, uma vez que este procedimento é feito implicitamente, sem nenhum cálculo adicional. Da mesma forma, o ganho a cada iteração é feito diretamente através da integração das equações de Chandrasekhar.

- f) A representação mais detalhada do sistema de potência, incluindo-se modelos mais detalhados de geradores, cargas e dispositivos FACTS.
- g) Ajuste simultâneo de controladores com topologia convencional de blocos do tipo avanço-atraso de fase. Este ajuste é extensivo a estruturas do tipo multivariável, estudadas através da representação no espaço de estados [31, 72, 77].
- h) Testes empregando o projeto simultâneo de controladores em sistemas de potência multimáquinas com 750 barras e com tempos de cálculo dos controladores compatíveis com o mesmo cálculo para sistemas cujo número de barras é cerca de 10 % daquele sistema. Isto só é possível graças ao emprego em conjunto de técnicas de localização adequada de controladores (uso de fatores de participação e resíduos de funções de transferência) e a aplicação de técnicas modernas de esparsidade.

## 1.3 Organização do Trabalho

Esta tese está organizada da seguinte forma:

- No Capítulo II: Representação dos Sistemas de Potência - apresenta-se a modelagem do sistema de potência pela matriz Jacobiana. São representados os modelos de geradores e seus sistemas de excitação típicos, cargas e equipamentos FACTS. Apresenta-se também a estrutura de controlador usada pela maioria das empresas do setor elétrico brasileiro bem como o procedimento de conversão da representação por função de transferência do controlador para uma descrição no espaço de estados. A partir dos modelos dos equipamentos, obtém-se então a matriz Jacobiana aumentada do sistema.
- No Capítulo III: Controle Ótimo com Restrições Estruturais - aborda-se o PRLQ, modificando-o de forma a atender restrições estruturais genéricas. Casos particulares de restrições estruturais, aplicados a sistemas de potência, são investigados em detalhes tendo em vista a sua importância para este trabalho;
- No Capítulo IV: Ajuste de Controladores de Sistemas de Potência - mostra-se que o problema de controle ótimo pode ser resolvido eficientemente através de um conjunto de equações não-lineares que é o resultado da transformação de uma equação diferencial de Riccati. Esse sistema não-linear é bem conhecido na literatura específica como equações de Chandrasekhar [38, 15]. Mostra-se que o ganho ótimo que resulta do PRLQ pode ser obtido resolvendo-se essas equações numericamente. Apresenta-se uma metodologia para determinação da matriz ganho baseada em técnicas modernas de esparsidade. Apresentam-se também modificações no método para resolver o PRLQ com restrições estruturais. A partir de restrições de saída, determinam-se os ganhos ótimos descentralizados, usados para o projeto de estabilizadores. O sistema é representado pela matriz Jacobiana aumentada, altamente

esparsa, ao invés da matriz de estado.

- No Capítulo V: Resultados da Solução do Problema de Controle Ótimo - são apresentados resultados da técnica de cálculo do ganho ótimo através da abordagem das equações de Chandrasekhar aplicada a sistemas de potência e a um sistema dinâmico com  $n$  integradores. Os métodos clássicos que empregam a abordagem de autovalores-autovetores e da função sinal são usados para validar alguns resultados obtidos via nova técnica proposta. Questões relativas à influência sobre o esforço computacional dos métodos são estudadas em dois sistemas de potência. O problema de estabilidade numérica dos métodos também é analisado, empregando-se um sistema-teste baseado agora em uma conexão em cascata de integradores, o qual apresenta matriz de estado mal-condicionada.
- No Capítulo VI: Resultados do Ajuste de Controladores são apresentados resultados da aplicação do método de controle ótimo com restrições estruturais para a síntese de controladores a sistemas-teste de porte bastante distintos. São usados um sistema máquina-barra infinita contendo dois dispositivos FACTS; um sistema com 39 barras e 10 geradores; um sistema com 77 barras e 13 geradores, apresentando ainda 4 equipamentos FACTS; um sistema com 750 barras e 40 geradores com representação dinâmica. Projeto de controladores adicionais são sintetizados para geradores e/ou FACTS simultaneamente para cada sistema-teste, com o objetivo de amortecer oscilações eletromecânicas. Resultados em termos de autovalores, simulação não-linear e resposta de fase dos controladores ilustram a validade do método. Outros resultados apresentados são referentes ao desempenho do método de obtenção do ganho ótimo com restrições, aplicado ao sistema de 750 barras. Entre esses resultados, destacam-se as características computacionais da técnica usada para a síntese de estabilizadores proposta nesta tese.

- No Capítulo VII: Conclusões - apresentam-se as principais conclusões do trabalho e sugestões para futuros trabalhos.
- No Apêndice A apresenta-se a descrição dos dados da rede e dos controladores para o sistema-teste máquina-barra infinita utilizado.
- No Apêndice B são apresentados os dados completos para o sistema equivalente de 77 barras e 13 geradores bem como dados dos equipamentos FACTS incluídos.
- O Apêndice C apresenta conceitos básicos sobre análise modal, incluindo neste tópico métodos de localização de melhores pontos para alocação de controladores adicionais, tendo em vista a estabilização de modos instáveis ou o amortecimento daqueles pouco amortecidos.
- Finalmente, no Apêndice D, incluem-se algumas técnicas clássicas de resolução da equação algébrica de Riccati.

# Capítulo 2

## Representação dos Sistemas de Potência

### 2.1 Introdução

O estudo da estabilidade dos sistemas de potência tem sido objeto de diversas pesquisas nos últimos tempos [22, 79, 85, 86, 68]. A estabilidade em regime permanente (estabilidade a pequenos sinais) de um sistema de potência é analisada em torno de um ponto de operação, que é obtido através da resolução de um sistema de equações algébricas não - lineares (fluxo de carga). Em geral, técnicas lineares, como cálculo de autovalores, são usadas para estudo da estabilidade do ponto de operação [61, 62]. Para executar tal procedimento, precisa-se representar o sistema na forma de pequenos sinais (modelo linear) em torno do ponto de operação. Embora válido somente para pequenas variações em torno do ponto de equilíbrio, este modelo dá uma boa idéia da evolução da dinâmica do sistema.

O modelo linear também é empregado no ajuste dos controladores de sistemas de potência. Quanto mais detalhado é o modelo usado, mais realisticamente este representa o comportamento físico do sistema e conseqüentemente passa a ser mais complexo. Algumas

vezes, em um estudo simplificado, um modelo reduzido pode ser suficiente para representar com fidelidade a dinâmica do sistema. Em outras ocasiões isto é inaceitável, devido à presença de outros modos não contemplados na representação simplificada. Este é o caso dos modos interáreas existente entre geradores de duas ou mais áreas distintas [39]. Portanto a modelagem do sistema, ainda que simplificada, deve ser encarada como o ponto de partida para o projeto de ESPs.

Agindo desta forma, apresenta-se neste capítulo uma modelagem dos sistemas de potência representada por equações diferenciais e equações algébricas. Esta representação dinâmica do sistema tem como objetivo proporcionar uma ferramenta eficiente no ajuste de ESPs, que são controladores projetados para amortecer oscilações eletromecânicas geralmente na faixa de 0.5 a 2.5 Hz.

## 2.2 Equações da Rede em Regime Estacionário

Neste trabalho, considera-se que a dinâmica rápida das linhas de transmissão é desprezível, de tal forma que pode-se representar seus elementos por impedâncias constantes.

As equações do circuito elétrico representando os sistemas de potência são baseadas na lei dos nós para correntes. Isto é

$$\hat{\mathbf{I}}_B = \hat{\mathbf{Y}}_B \hat{\mathbf{V}}_B \quad (2.1)$$

onde

$\hat{\mathbf{I}}_B$  é um vetor contendo as correntes injetadas nas barras

$\hat{\mathbf{V}}_B$  é um vetor das tensões das barras

$\hat{\mathbf{Y}}_B$  é a matriz admitância nodal.

A matriz  $\hat{\mathbf{Y}}_B$  é complexa, assim como os vetores  $\hat{\mathbf{I}}_B$  e  $\hat{\mathbf{V}}_B$ . Não é conveniente aqui a

operação com números complexos. Assim a equação (2.1) é transformada em uma equação real de ordem  $2N_B$ , onde  $N_B$  é o número de barras (nós independentes) do sistema. Cada um dos elementos complexos  $Y_{Bij} = G_{ij} + jB_{ij}$  da matriz  $\hat{\mathbf{Y}}_B$  original é agora representado por um bloco 2x2 da forma

$$\begin{bmatrix} G_{ij} & -B_{ij} \\ B_{ij} & G_{ij} \end{bmatrix}$$

enquanto que a equação do circuito na forma incremental é modificada para:

$$\Delta \bar{\mathbf{I}}_B = \bar{\mathbf{Y}} \Delta \mathbf{V}_B \quad (2.2)$$

onde

$$\Delta \bar{\mathbf{I}}_B^T = \begin{bmatrix} \Delta I_{r1} & \Delta I_{m1} & \cdots & \Delta I_{rN_B} & \Delta I_{mN_B} \end{bmatrix}^T$$

$$\Delta \mathbf{V}_B^T = \begin{bmatrix} \Delta V_{r1} & \Delta V_{m1} & \cdots & \Delta V_{rN_B} & \Delta V_{mN_B} \end{bmatrix}^T$$

$I_{ri}$ : é a parte real da corrente  $i = 1, \dots, N_B$

$I_{mi}$ : é a parte imaginária da corrente  $i = 1, \dots, N_B$

$V_{ri}$ : é a parte real da tensão  $i = 1, \dots, N_B$

$V_{mi}$ : é a parte imaginária da tensão  $i = 1, \dots, N_B$

A partir da equação (2.2) deduz-se que os elementos da diagonal da matriz  $\bar{\mathbf{Y}}$  são as partes reais das admitâncias próprias dos nós do sistema, que são muito menores que suas partes imaginárias. É importante notar que os elementos diagonais desta matriz devem ser dominantes para se evitar dificuldades numéricas em cálculos que usem esta representação [51]. Isto é obtido reordenando-se as equações para as correntes injetadas, em cada barra  $k$ , de  $\begin{bmatrix} \Delta I_{rk} & \Delta I_{mk} \end{bmatrix}^T$  para  $\begin{bmatrix} \Delta I_{mk} & \Delta I_{rk} \end{bmatrix}^T$ . Assim

$$\Delta \mathbf{I}_M = \mathbf{Y}_M \Delta \mathbf{V}_B \quad (2.3)$$

com

$$\Delta \mathbf{I}_M^T = \begin{bmatrix} \Delta I_{m1} & \Delta I_{r1} & \cdots & \Delta I_{mN_B} & \Delta I_{rN_B} \end{bmatrix}^T$$

e  $\mathbf{Y}_M$  composta de blocos 2x2 do tipo

$$\begin{bmatrix} B_{ij} & G_{ij} \\ G_{ij} & -B_{ij} \end{bmatrix}.$$

Pode-se ainda escrever  $\mathbf{Y}_M$  da seguinte forma, trocando-se o sinal de  $\Delta I_r$  para todas barras  $k = 1, \dots, N_B$ :

$$\begin{bmatrix} B_{ij} & G_{ij} \\ -G_{ij} & B_{ij} \end{bmatrix}$$

Este procedimento resulta em:

$$\Delta \mathbf{I}_B = \mathbf{Y}_B \Delta \mathbf{V}_B \quad (2.4)$$

onde

$$\Delta \mathbf{I}_B^T = \begin{bmatrix} \Delta I_{m1} & -\Delta I_{r1} & \dots & \Delta I_{mNB} & -\Delta I_{rNB} \end{bmatrix}^T.$$

Será adotada neste trabalho a formulação apresentada pela equação (2.4), onde os termos diagonais de cada bloco correspondem às partes imaginárias de  $Y_{ij}$ ; e os termos mútuos correspondem às partes real para a primeira linha e real com sinal oposto para a segunda linha. Designar-se-á esta estrutura de  $\mathbf{Y}_B$  como a *forma real de representação da matriz complexa de admitância de barra*. Esta designação deve-se ao fato de todos seus elementos pertencerem ao conjunto  $\mathbb{R}$ .

## 2.3 A Máquina Síncrona

As equações das máquinas síncronas são expressas em termos dos seus sistemas de referência d-q. Estas equações podem ser transformadas para o sistema de referência da rede (eixos r - m) de acordo com o deslocamento angular  $\delta$  entre os eixos das máquinas e o sistema de referência da rede.

Será adotado o sistema de referência da Figura 2.1, que corresponde à transformação de eixos:



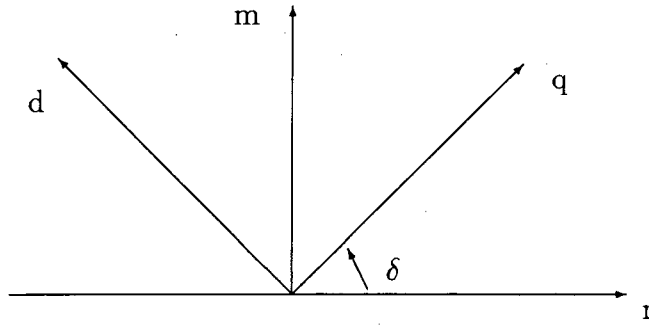


Figura 2.1: Eixos d - q da máquina síncrona em relação à referência

$$\begin{bmatrix} \xi_r \\ \xi_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\text{sen}(\delta) & \cos(\delta) \\ \cos(\delta) & \text{sen}(\delta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_d \\ \xi_q \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Esta transformação é vantajosa uma vez que apresenta a mesma matriz de transformação para o caso inverso (matriz é igual a sua inversa).

$$\begin{bmatrix} \xi_d \\ \xi_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\text{sen}(\delta) & \cos(\delta) \\ \cos(\delta) & \text{sen}(\delta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_r \\ \xi_q \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

### 2.3.1 Representação da Máquina Síncrona

Apresentam-se a seguir as equações diferenciais não - lineares e algébricas que descrevem a máquina síncrona. A partir destas equações, obtêm-se os modelos linearizados, usados na análise linear. A análise é feita para uma máquina, entretanto as equações aplicam-se igualmente a qualquer gerador síncrono conectado a uma barra do sistema.

A equação de oscilação para a máquina é:

$$2H\dot{\omega} = P_m - P_e - D\omega \quad (2.7)$$

$$\dot{\delta} = \omega_o(\omega - 1) \quad (2.8)$$

sendo

$H$  a constante de inércia, em  $\frac{MW.s}{MVA}$

$\delta$  ângulo do eixo do rotor, em radianos

$\omega$  velocidade, em p.u.

$D$  constante de amortecimento, em p.u.

$P_m$  Potência mecânica, em p.u.

$P_e$  Potência elétrica, em pu

$\omega_o = 377 \frac{\text{radianos}}{s}$ .

As equações (2.7) e (2.8) linearizadas em torno do ponto de operação, determinado a partir do fluxo de carga do sistema, ficam [54, 4]:

$$2H\Delta\dot{\omega} = \Delta P_m - \Delta P_e - D\Delta\omega \quad (2.9)$$

$$\Delta\dot{\delta} = \omega_o\Delta\omega. \quad (2.10)$$

As equações diferenciais da máquina, considerando a presença de dois enrolamentos amortecedores e um enrolamento de campo (máquina com representação de efeitos subtransitórios e com pólos salientes) são:

$$\dot{E}'_q = -\frac{E'_q - (x_d - x'_d)I_d - E_{fd}}{T'_{do}} \quad (2.11)$$

$$\dot{E}''_q = \frac{E'_q + (x'_d - x''_d)I_d - E''_q}{T''_{do}} \quad (2.12)$$

$$\dot{E}''_d = \frac{E'_d - (x'_q - x''_q)I_q - E''_d}{T''_{qo}} \quad (2.13)$$

As equações algébricas referentes à queda de tensão interna da máquina considerando-se os efeitos subtransitórios são dadas por [4]:

$$\begin{bmatrix} E''_d - V_d \\ E''_q - V_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s & x''_q \\ -x''_d & r_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix}. \quad (2.14)$$

Considerando apenas efeitos transitórios e suposição de gerador com pólos salientes, ou seja ( $x'_q = x_q, E'_d = 0$ ) tem-se:

$$\begin{bmatrix} E'_d - V_d \\ E'_q - V_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s & x'_q \\ -x'_d & r_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

e

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\text{sen}(\delta) & \cos(\delta) \\ \cos(\delta) & \text{sen}(\delta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ V_m \end{bmatrix}. \quad (2.16)$$

Linearizando estas expressões em torno do ponto de operação ( $V_r^o, V_m^o, I_d^o, I_q^o, \delta_o$ ), resultam as seguintes equações para efeitos subtransitórios:

$$\begin{bmatrix} \Delta E''_d \\ \Delta E''_q \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\text{sen}(\delta_o) & \cos(\delta_o) \\ \cos(\delta_o) & \text{sen}(\delta_o) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_d \\ \Delta V_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_r^o \cos(\delta_o) + V_m^o \text{sen}(\delta_o) \\ V_r^o \text{sen}(\delta_o) - V_m^o \cos(\delta_o) \end{bmatrix} \Delta \delta - \begin{bmatrix} r_s & x''_q \\ -x''_d & r_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta I_d \\ \Delta I_q \end{bmatrix} = 0 \quad (2.17)$$

Para efeito transitório no eixo  $d$ , as equações algébricas são:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \Delta E'_q \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\text{sen}(\delta_o) & \cos(\delta_o) \\ \cos(\delta_o) & \text{sen}(\delta_o) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_d \\ \Delta V_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_r^o \cos(\delta_o) + V_m^o \text{sen}(\delta_o) \\ V_r^o \text{sen}(\delta_o) - V_m^o \cos(\delta_o) \end{bmatrix} \Delta \delta - \begin{bmatrix} r_s & x'_q \\ -x'_d & r_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta I_d \\ \Delta I_q \end{bmatrix} = 0 \quad (2.18)$$

A Potência elétrica  $P_t$  nos terminais da máquina é aquela calculada descontando-se as perdas, sendo dada por [4]:

$$P_t = V_d I_d + V_q I_q. \quad (2.19)$$

Entretanto usa-se na equação de oscilação da máquina a potência de entreferro. Considerando efeitos subtransitórios, essa potência é obtida como:

$$P_e = E''_d I_d + E''_q I_q - (x''_q - x''_d) I_d I_q \quad (2.20)$$

cujas forma linearizada é:

$$\Delta P_e = I_q^o \Delta E''_q + I_d^o \Delta E''_d + [E''_d^o - (x''_q - x''_d) I_q^o] \Delta I_d + [E''_q^o - (x''_q - x''_d) I_d^o] \Delta I_q. \quad (2.21)$$

Somente com efeitos transitórios no eixo  $d$ , ( $E'_d = 0$ ), resulta em

$$P_e = E'_q I_q - (x'_q - x'_d) I_d I_q \quad (2.22)$$

e

$$\Delta P_e = I_q^o \Delta E'_q + [-(x'_q - x'_d) I_q^o] \Delta I_d + [E'_q^o - (x'_q - x'_d) I_d^o] \Delta I_q \quad (2.23)$$

A descrição das equações da máquina síncrona, conforme mostrado anteriormente, dá uma idéia da descentralização inerente ao problema, uma vez que as grandezas envolvidas são funções de variáveis locais, como correntes e tensões de eixo  $d$  e  $q$ . Partindo-se da premissa que injeções de corrente não-nulas nos eixos  $d$  e  $q$  só aparecem em barras geradoras, seria interessante colocar estas variáveis em função das tensões, diminuindo-se assim o número de variáveis algébricas. Este procedimento é feito em duas etapas. Inicialmente, através da transformação das correntes e tensões de eixo  $d - q$  para os eixos  $r - m$ . E em uma segunda etapa, substituindo-se o resultado obtido no conjunto de equações que faz a interconexão da máquina com o resto do sistema (equação de injeções de corrente (2.4)). Observe-se que este procedimento não altera a estrutura da matriz de admitância nodal  $\mathbf{Y}_B$ .

### 2.3.2 Sistema de Excitação

Existem diversos modelos de sistemas de excitação em uso para estudos em estabilidade a pequenos sinais [69]. Em particular, no sistema brasileiro, pode-se destacar pelo menos 30 tipos de modelos distintos que são empregados nas mais diversas máquinas do sistema interligado conforme banco de dados do GCOI [21]. É trabalhosa, e talvez desnecessária, a representação de todos esses sistemas de excitação. Um programa de análise de estabilidade a pequenos sinais usado por empresas do setor elétrico, como o AUTOVAL [17], destaca, por exemplo, 5 tipos de sistemas de excitação: os sistemas de excitação IEEE tipos 1 e 2, sistema de excitação estático, sistema estático com realimentação derivativa e sistema de excitação com um bloco avanço-atraso de fase. Serão considerados neste trabalho três desses sistemas de excitação, que são apresentados a seguir.

#### 2.3.2.1 Sistema de Excitação IEEE - DC1

O sistema de excitação IEEE - DC1, descrito pelo diagrama de blocos da Figura 2.2, é usado para representar o efeito da excitatriz com comutadores CC controlados por campo com a atuação permanente dos reguladores de tensão [69, 17].

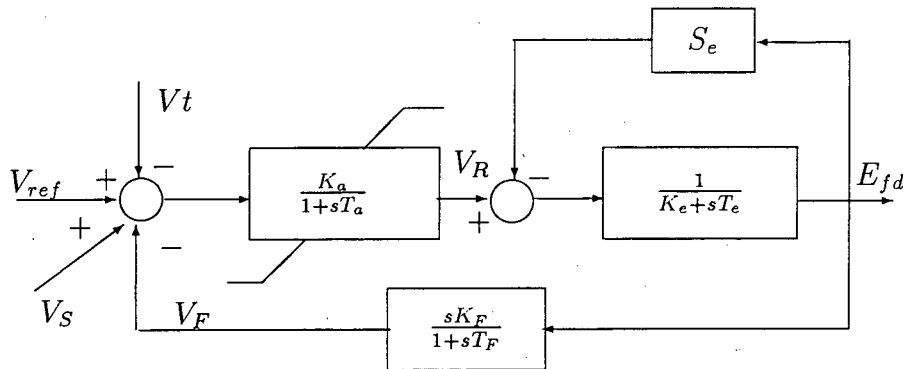


Figura 2.2: Sistema de excitação IEEE - DC1

A principal entrada para este modelo é o sinal de erro de tensão  $V_{ERRO} = V_{ref} - V_t$  dos terminais dos geradores. O sinal estabilizador da malha derivativa

$V_F$  é subtraído do sinal de erro enquanto que o sinal adicional  $V_s$  é somado. Estes dois últimos sinais não atuam em regime permanente. Na malha derivativa,  $K_F$  representa o ganho e  $T_F$  representa a constante de tempo. A constante de tempo  $T_a$  e o ganho  $K_a$  estão relacionados com o regulador de tensão, cuja saída é limitada contra efeitos de saturação ou limitação de alimentação da fonte do amplificador. A saída do regulador de tensão  $V_R$  é usada para controlar a excitatriz que pode ter excitação separada ou própria. Este último caso é a situação mais típica. Quando se usa excitatriz autoexcitada,  $K_e$  representa o ajuste do reostato de campo “shunt” e  $T_e$  representa a constante de tempo da excitatriz (taxa de integração associada com o controle da excitatriz). O termo  $S_e$  representa os efeitos da saturação. Na análise linear que segue, despreza-se este termo bem como a ação dos limitadores.

Para efeito de dedução das equações do sistema de excitação da Figura 2.2, desdobra-se o bloco derivativo conforme mostra a Figura 2.3.

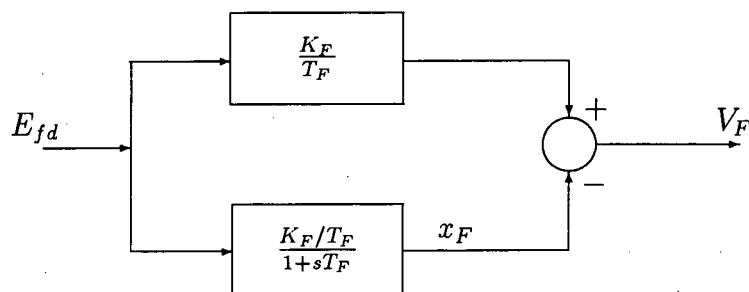


Figura 2.3: Bloco derivativo equivalente

Com as condições anteriores atendidas, deduzem-se as seguintes equações para o modelo de excitação IEEE - DC1:

$$\dot{x}_F = -\frac{1}{T_F}x_F + \frac{K_F}{T_F^2}E_{fd} \quad (2.24)$$

$$\dot{V}_R = -\frac{1}{T_a}V_R + \frac{K_a}{T_a}(V_{ref} - V_t - V_F) + \frac{K_a}{T_a}V_s \quad (2.25)$$

$$\dot{E}_{fd} = -\frac{K_e}{T_e}E_{fd} + \frac{1}{T_e}V_R \quad (2.26)$$

$$V_F = \frac{K_F}{T_F} E_{fd} - x_F \quad (2.27)$$

$$V_t^2 = V_r^2 + V_m^2; \quad V_{ref} = cte \quad (2.28)$$

onde  $V_t$  é a tensão terminal da máquina.

A linearização das equações (2.24) a (2.28) conduz a:

$$\Delta \dot{x}_F = -\frac{1}{T_F} \Delta x_F + \frac{K_F}{T_F^2} \Delta E_{fd} \quad (2.29)$$

$$\Delta \dot{V}_R = -\frac{1}{T_a} \Delta V_R + \frac{K_a}{T_a} (-\Delta V_t - \Delta V_F) + \frac{K_a}{T_a} \Delta V_s \quad (2.30)$$

$$\Delta \dot{E}_{fd} = -\frac{K_e}{T_e} \Delta E_{fd} + \frac{1}{T_e} \Delta V_R \quad (2.31)$$

$$\Delta V_F = \frac{K_F}{T_F} \Delta E_{fd} - \Delta x_F \quad (2.32)$$

$$\Delta V_t = \frac{V_r^0}{V_t^0} \Delta V_r + \frac{V_m^0}{V_t^0} \Delta V_m \quad (2.33)$$

As equações (2.32) e (2.33) podem ser substituídas na equação (2.30) de modo que o sistema de excitação em questão fica representado apenas por equações diferenciais.

### 2.3.2.2 Sistema de Excitação IEEE ST1 Modificado

O diagrama de blocos do sistema de excitação IEEE tipo ST1 [69] desprezando-se a ação de controle de redução de ganho é mostrado na Figura 2.4.

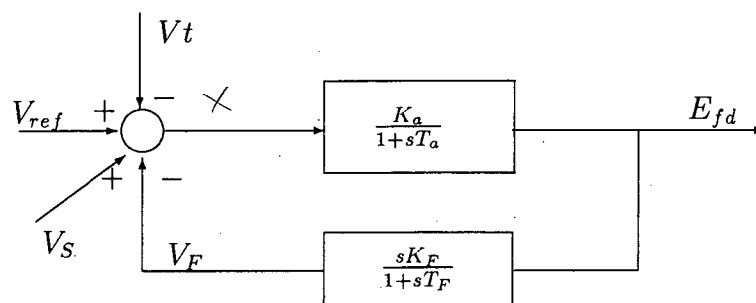


Figura 2.4: Sistema de excitação IEEE - ST1

Este tipo de esquema representa todos os sistemas nos quais a fonte de excitação é sempre suprida através de um transformador colocado nos terminais do gerador (ou

unidades auxiliares da barra) e é regulada por um retificador controlado. A máxima tensão de excitação obtida através deste sistema está diretamente relacionada à tensão terminal do gerador [69].

As equações para este modelo são obtidas de forma semelhante ao caso anterior. No ramo direto pode-se encontrar a expressão:

$$\Delta \dot{E}_{fd} = \frac{K_a}{T_a} \left( -\Delta E_{fd} - \underbrace{\frac{V_r^o}{V_t^o} \Delta V_r - \frac{V_m^o}{V_t^o} \Delta V_m}_{\forall t} - \frac{K_F}{T_F} \Delta E_{fd} + \Delta x_F + \Delta V_s \right) \quad (2.34)$$

e no ramo de realimentação

$$\Delta \dot{x}_F = -\frac{1}{T_F} \Delta x_F + \frac{K_F}{T_F^2} E_{fd} \quad (2.35)$$

$$\Delta V_F = \frac{K_F}{T_F} \Delta E_{fd} - \Delta x_F \quad (2.36)$$

### 2.3.2.3 Sistema de Excitação Estático

O diagrama de blocos da Figura 2.5 mostra um esquema de excitação estático. Este é o modelo de sistemas de excitação dinâmico mais simples, na qual representa-se somente a ação do regulador de tensão através de um ganho  $K_a$  e uma constante de tempo  $T_a$ . Estes parâmetros estão associados com o regulador e/ou o disparo dos tiristores que são colocados na saída do circuito da excitatriz e que são controlados pelo regulador de tensão. Este tipo de sistema de excitação caracteriza-se por apresentar resposta rápida em relação àqueles descritos anteriormente.

A equação linearizada para este tipo de sistema de excitação é:

$$\Delta \dot{E}_{fd} = \frac{K_a}{T_a} \left( -\Delta E_{fd} - \frac{V_r^o}{V_t^o} \Delta V_r - \frac{V_m^o}{V_t^o} \Delta V_m - \frac{K_F}{T_F} \Delta E_{fd} + \Delta V_s \right) \quad (2.37)$$

O termo  $\Delta V_s$  nas equações anteriores é um sinal de controle devido à presença de sinal adicional. Este sinal será considerado ao longo do trabalho como uma ação de controle



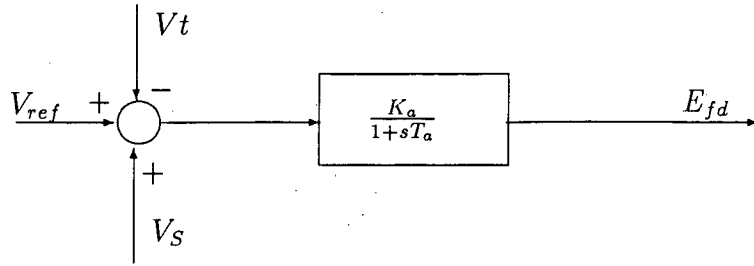


Figura 2.5: Sistema de excitação estático

suplementar  $u = \Delta V_s$  devido à presença de controladores projetados para o amortecimento de oscilações eletromecânicas.

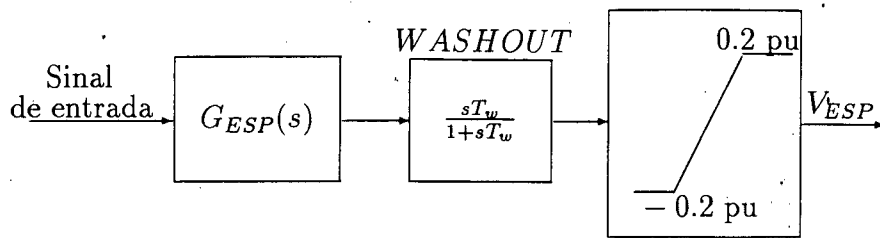
### 2.3.3 Representação dos Controladores de Sistemas de Potência (Sinais Adicionais)

Os controladores de sistemas de potência serão representados na sua forma tradicional, como são conhecidos nas empresas do setor elétrico, como blocos de avanço - atraso de fase, conforme Figura 2.6a [64, 79, 31] e na forma de um sinal multivariável [31] conforme mostra a Figura 2.6b.

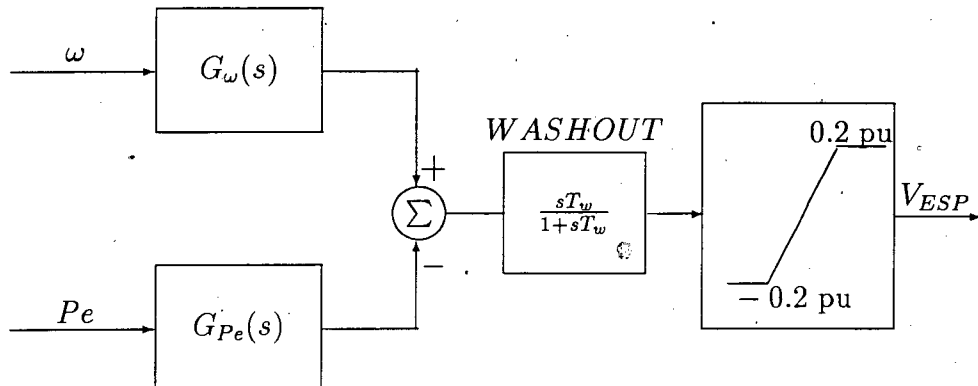
O diagrama da Figura 2.6a apresenta uma função de transferência  $G_{ESP}(s)$  que relaciona uma saída  $Y_c(s)$  e um entrada  $U_c(s)$ . Essa função de transferência é dada por:

$$G_{ESP}(s) = \frac{K_c(1 + sT_1)(1 + sT_3)}{(1 + sT_2)(1 + sT_4)} \quad (2.38)$$

onde  $T_2$  e  $T_4$  são constantes de tempo fixadas pelo projetista;  $K_c$  é um ganho em p.u.,  $T_1$  e  $T_3$  são constantes de tempo. Estes três últimos parâmetros devem ser calculados tendo em vista atender uma *condição mínima de amortecimento de oscilações eletromecânicas do sistema* ( $> 5\%$ ). O bloco washout tem a função de eliminar a manifestação de componentes AC em regime permanente e não faz parte do projeto do sinal adicional. Valores típicos da constante de tempo  $T_w$  situam-se na faixa de 4 a 20 segundos [22]. O



a) ESP COM 1 SINAL



b) ESP COM 2 SINAIS

Figura 2.6: Modelo do ESP dinâmico

bloco limitador tem a finalidade de evitar grandes excursões do sinal adicional de saída em regime transitório. O sinal de entrada do controlador normalmente é uma saída local e exerce influência na escolha das constantes de tempo  $T_2$  e  $T_4$ .

Pode-se representar a equação (2.38) de uma outra forma:

$$Y_c(s) = (d_1 + \frac{\beta_1 s + \beta_o}{s^2 + \varphi_1 s + \varphi_o}) U_c(s) \quad (2.39)$$

sendo

$$d_1 = \frac{K_c T_1 T_3}{T_2 T_4}$$

$$\beta_o = \frac{K_c}{T_2 T_4} (1 - \frac{T_1 T_3}{T_2 T_4})$$

$$\varphi_1 = \frac{T_2 + T_4}{T_2 T_4}$$

$$\beta_1 = \frac{K_c}{T_2 T_4} [T_1 + T_3 - T_1 T_3 \varphi_1]$$

$$\varphi_o = \frac{1}{T_2 T_4}$$

Será mostrado em seções posteriores que a determinação dos parâmetros dos controladores pode ser feita transformando-se o problema de realimentação dinâmica de saída em um problema de realimentação estática de saída [84, 78]. Para isto, algumas modificações devem ser efetuadas.

A expressão (2.39) pode ser representada por equações de estados, na Forma Canônica Observável (FCO) [64, 31, 18]:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{c1} \\ \dot{x}_{c2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\varphi_o \\ 1 & -\varphi_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{c1} \\ x_{c2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_o \\ \beta_1 \end{bmatrix} u_c \quad (2.40)$$

$$y_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{c1} \\ x_{c2} \end{bmatrix} + d_1 u_c \quad (2.41)$$

Procedimento semelhante pode ser feito para o caso em que o controlador é do tipo multivariável [31]. Nesta situação,

$$\mathbf{G}_{ESP}(s) = [G_{ESP1}(s) \ G_{ESP2}(s)] \quad (2.42)$$

As funções de transferência  $G_{ESP1}(s)$  e  $G_{ESP2}(s)$  apresentam o mesmo denominador, que como no caso monovariável têm as constantes de tempo  $T_2$  e  $T_4$  fixadas. Entretanto, os ganhos e as constantes de tempo referentes aos zeros das funções de transferência devem ser calculados. Estes parâmetros serão designados aqui por  $K_{c1}$ ,  $T_1$ ,  $T_3$ ,  $K_{c2}$ ,  $T_5$  e  $T_6$ , onde as três primeiras variáveis estão associadas a  $G_{ESP1}(s)$  enquanto as três últimas estão relacionadas com  $G_{ESP2}(s)$ . A diferença em relação ao caso monovariável é que surgirão duas variáveis de controle  $u_c$  no caso em que dois sinais de modulação são considerados. Adicionalmente, as variáveis  $\beta_o$ ,  $\beta_1$  e  $d_1$  serão matrizes linha com dimensão  $1 \times 2$  cada uma.

A representação de controlador apresentada será usada em seções posteriores e incorporada no modelo de representação do sistema.

## 2.4 Representação de equipamentos FACTS

Equipamentos FACTS são dispositivos controláveis construídos a partir de elementos que usam princípios de eletrônica de potência, como os tiristores [58]. A finalidade desses dispositivos é permitir maior capacidade de transmissão de energia. Estes equipamentos têm características rápidas de controle devido ao fato de usarem componentes estáticos.

O emprego de sinal adicional somado ao circuito de controle primário dos equipamentos FACTS tem sido usado suplementarmente com o objetivo de amortecer oscilações eletromecânicas [4, 58, 73, 45, 42], a exemplo do que é feito com o uso de ESPs em geradores. Alguns tipos de equipamentos FACTS ainda são bem recentes e por isso carecem de estudos mais aprofundados. A seguir os três tipos mais comuns [27, 11, 45, 4, 73, 32] são apresentados.

### 2.4.1 Compensador Estático de Reativo - CER

A modelagem de CER a ser apresentada diz respeito a equipamentos do tipo FC-TCR, onde o capacitor é fixo e o reator é controlado por tiristores [4], como ilustrado na Figura 2.7 [4].

As seguintes considerações são feitas em relação à Figura 2.7:

$$B_{CER} = B_\ell - \hat{B}_c$$

$$B_c = ctg$$

$$\Delta B_{CER} = \Delta B_\ell$$

$$x_{tCER} \approx 0$$

$$\bar{I}_{CER} = I_r^{CER} + j I_m^{CER}: \text{corrente injetada pelo CER}$$

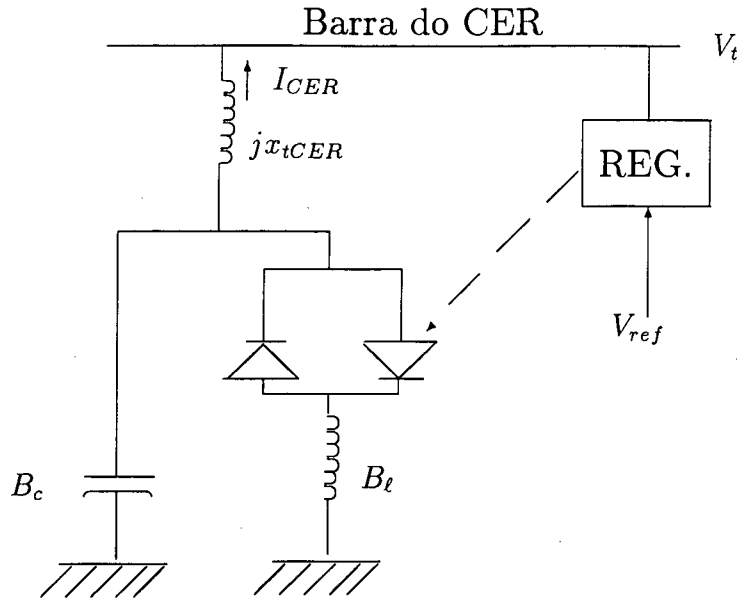


Figura 2.7: CER do tipo Capacitor fixo - reator controlado por tiristores

$V_t \angle \theta = V_r + jV_m$ : tensão da barra terminal do CER

O CER em questão usa, em geral, um sinal suplementar derivado da frequência de sua barra terminal. A Figura 2.8 mostra o diagrama de bloco de um CER e de seu sinal adicional.

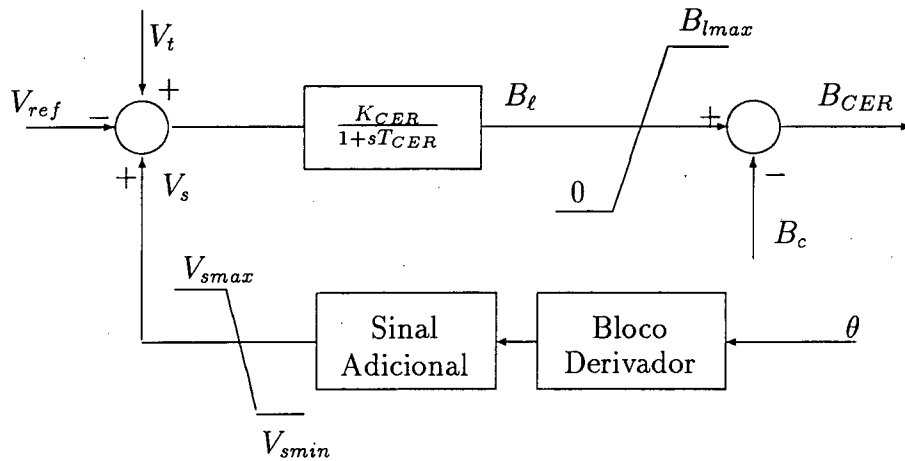


Figura 2.8: Modelo de primeira ordem do CER e de seu sinal adicional

O CER é incluído nas equações da rede como injeção de corrente na barra, incorporando-o conforme a equação:

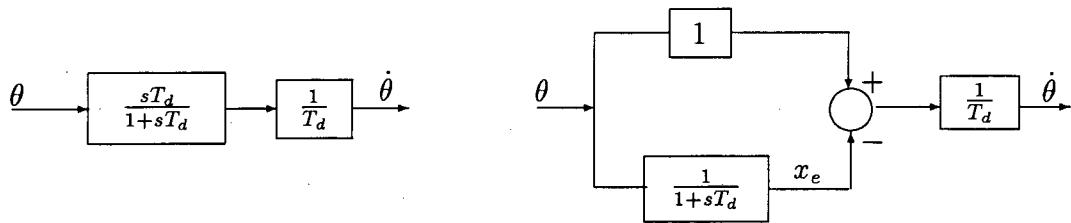
$$\bar{\mathbf{I}}_{CER} - \mathbf{Y}_B(CER)\mathbf{V}_B = \mathbf{0} \quad (2.43)$$

onde  $\mathbf{I}_{CER}$  é a injeção de corrente devido ao CER e  $\mathbf{Y}_B(CER)$  são linhas da matriz  $\mathbf{Y}_B$  sem a inclusão do CER.

A variação da frequência da barra terminal pode ser obtida através da derivada do ângulo de barra  $\Delta\theta$  (este é o modo de se simular a frequência de barra). Assim [4]

$$\Delta\theta = \frac{V_r^o}{|V_t^o|^2} \Delta V_m - \frac{V_m^o}{|V_t^o|^2} \Delta V_r \quad (2.44)$$

Um derivador pode ser simulado por blocos do tipo mostrado na Figura 2.9. Supõe-se que  $T_d \ll 1$ .



a) Derivador

b) Derivador equivalente

Figura 2.9: Blocos derivadores

Assim, a equação de estado para o CER, é:

$$\Delta \dot{B}_{CER} = \frac{-1}{T_s} \Delta B_{CER} + \frac{K_s}{T_s} \left[ \frac{V_m^o}{|V_t^o|} \Delta V_m + \frac{V_r^o}{|V_t^o|} \Delta V_r \right] + \frac{K_s}{T_s} \Delta V_s \quad (2.45)$$

onde  $\Delta V_s$  é um sinal incremental devido à presença de controle adicional sobre o CER.

A expressão para a variação da frequência de barra é:

$$\Delta f = \frac{1}{T_d} (\Delta\theta - \Delta x_e) \quad (2.46)$$

$$\Delta \dot{x}_e = \frac{-1}{T_d} \Delta x_e + \frac{1}{T_d} \Delta\theta. \quad (2.47)$$

onde  $x_e$  é a variável intermediária definida na Figura 2.9b.

Combinando agora (2.44) com as equações (2.46)-(2.47) obtém-se:

$$\Delta f = \frac{V_r^o}{T_d |V_t^o|^2} \Delta V_m - \frac{V_m^o}{T_d |V_t^o|^2} \Delta V_r - \frac{1}{T_d} \Delta x_e \quad (2.48)$$

$$\Delta \dot{x}_e = -\frac{1}{T_d} \Delta x_e + \frac{V_r^o}{T_d |V_t^o|^2} \Delta V_m - \frac{V_m^o}{T_d |V_t^o|^2} \Delta V_r. \quad (2.49)$$

É criada uma equação de estado a mais devido ao bloco derivador. Como a constante de tempo deste bloco é muito rápida, deve-se tomar o cuidado necessário ao considerá-la, principalmente quando a análise do problema envolve integração numérica, conforme será visto no capítulo IV. Normalmente valores de 0.02 a 0.005 s resultam em bom desempenho do derivador [73].

## 2.4.2 Compensadores-Série Controlados a Tiristores

Os Compensadores-série controlados a tiristores (“Thyristor Controlled Series Compensators” (TCSCs)) são equipamentos FACTS ligados em série na linha com a função de aumentar a capacidade de transmissão de potência [45, 55, 58]. Adicionalmente são usados como fonte de amortecimento de oscilações eletromecânicas. Estes dispositivos são modelados como uma susceptância variável conectando duas barras. A Figura 2.10

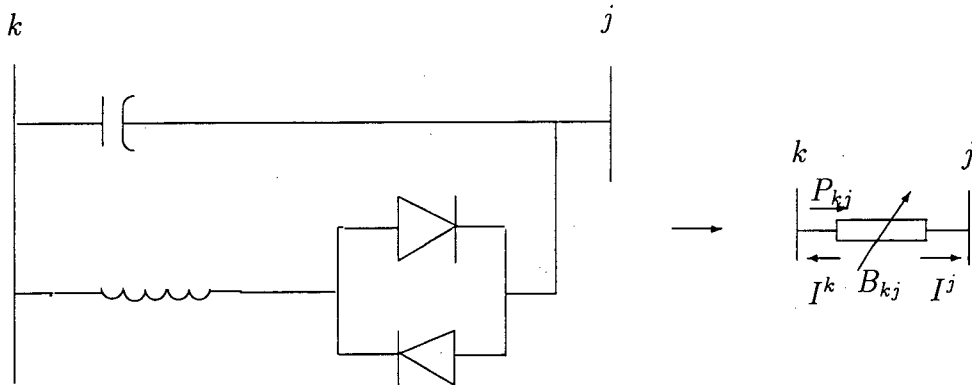


Figura 2.10: TCSC ligado entre as barras  $k$  e  $j$

mostra o esquema de um TCSC conectado entre as barras  $k$  e  $j$ . As injeções de corrente

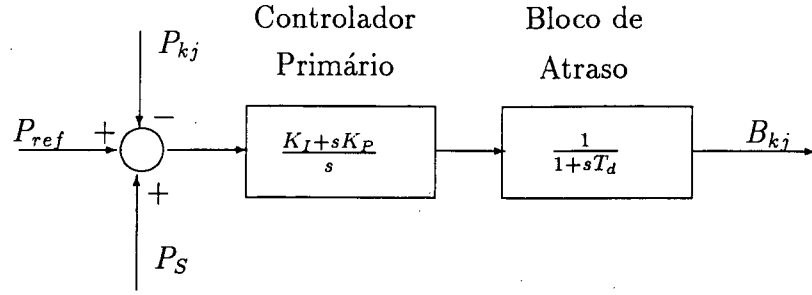


Figura 2.11: Modelo PI do circuito de controle do TCSC

nas duas barras terminais do TCSC são descritas como:

$$\bar{\mathbf{I}}_{TCSC} - \mathbf{Y}_B(TCSC)\mathbf{V}_B = \mathbf{0} \quad (2.50)$$

onde  $\mathbf{I}_{TCSC} = [I_{mk} - I_{rk} \ I_{mj} - I_{rj}]^T$  é a injeção de corrente devido ao TCSC e  $\mathbf{Y}_B(TCSC)$  é uma matriz contendo as linhas da matriz  $\mathbf{Y}_B$  sem a inclusão do TCSC.

Linearizando as equações do tipo (2.50) em torno do ponto de operação obtém-se, para a barra  $k$ :

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_B^k \end{bmatrix} \Delta \mathbf{V}_B + \begin{bmatrix} c1 \\ c2 \end{bmatrix} \Delta B_{kj} \quad (2.51)$$

e para a barra  $j$ :

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_B^j \end{bmatrix} \Delta \mathbf{V}_B + \begin{bmatrix} c3 \\ c4 \end{bmatrix} \Delta B_{kj} \quad (2.52)$$

onde

$$B_{kj} = \frac{1}{x_{TCSC}}, \ x_{TCSC} \text{ é a reatância do TCSC}$$

$\mathbf{Y}_B^k, \mathbf{Y}_B^j$  são matrizes  $2 \times 2N_B$  correspondentes às correntes líquidas nas barras

$k$  e  $j$  respectivamente (são as próprias linhas da matriz  $\mathbf{Y}_B$ )

$$c1 = \frac{\partial I_m^k}{\partial B_{kj}}$$

$$c2 = -\frac{\partial I_r^k}{\partial B_{kj}}$$

$$c3 = \frac{\partial I_m^j}{\partial B_{kj}}$$

$$c4 = -\frac{\partial I_r^j}{\partial B_{kj}}$$



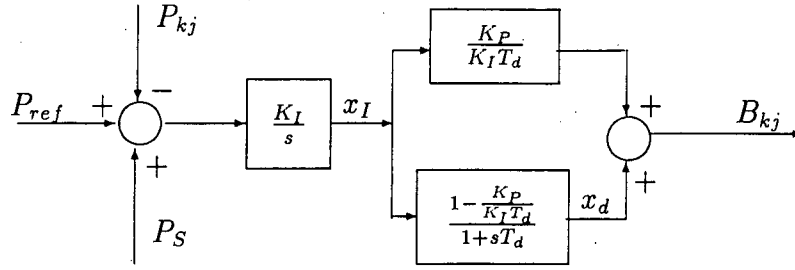


Figura 2.12: Diagrama de controle modificado do TCSC

Neste trabalho, considera-se que o fluxo  $P_{kj}$  seja aquele que flui no início da linha onde está o TCSC. O fluxo ativo através do TCSC pode ser colocado na seguinte forma linearizada:

$$\Delta P_{kj} = \rho_1 \Delta V_r^k + \rho_2 \Delta V_m^k + \rho_3 \Delta V_r^j + \rho_4 \Delta V_m^j + \rho_5 \Delta B_{kj} \quad (2.53)$$

onde  $\rho_1 = \frac{\partial P_{kj}}{\partial V_r^k}$ ,  $\rho_2 = \frac{\partial P_{kj}}{\partial V_m^k}$ ,  $\rho_3 = \frac{\partial P_{kj}}{\partial V_r^j}$ ,  $\rho_4 = \frac{\partial P_{kj}}{\partial V_m^j}$ ,  $\rho_5 = \frac{\partial P_{kj}}{\partial B_{kj}}$ .

O circuito de controle usado para o TCSC é do tipo PI (vide Figura 2.11).

Na Figura 2.11  $P_{kj}$  é a potência ativa fluindo na linha  $k - j$ ;  $B_{kj}$  é a susceptância incremental entre as barras  $k - j$  em p.u.;  $P_{ref}$  é um sinal de potência de referência;  $P_S$  é um sinal estabilizador;  $K_I$  e  $K_P$  são o ganho integral e o ganho proporcional do controlador PI, respectivamente; e  $T_d$  é uma constante de tempo representando um atraso no disparo dos tiristores.

O diagrama de bloco da Figura 2.11 é interessante para descrever fisicamente a ação de cada bloco. Porém, o seu uso direto é pouco adequado para explicitar as variáveis que se deseja incorporar na representação do sistema com o objetivo de projeto de controladores suplementares. Por isso, efetuou-se uma transformação que resultou no diagrama equivalente da Figura 2.12.

Através da análise do novo diagrama da Figura 2.12 e das variáveis em destaque encontram-se as seguintes equações algébrico-diferenciais:

$$\Delta B_{kj} = \frac{K_P}{K_I T_d} \Delta x_I + \Delta x_d \quad (2.54)$$

$$\Delta \dot{x}_I = -K_I \Delta P_{kj} + K_I \Delta P_s \quad (2.55)$$

$$\Delta \dot{x}_d = -\frac{1}{T_d} \Delta x_d + \frac{1 - \frac{K_P}{K_I T_d}}{T_d} \Delta x_I \quad (2.56)$$

A substituição da variável fluxo de potência na equação (2.55) dá lugar a variáveis algébricas. A eliminação da variável  $\Delta B_{kj}$  que surge em decorrência da substituição aludida conduz às seguintes equações diferenciais:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{x}_I \\ \Delta \dot{x}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{K_P \rho_5}{T_d} & -K_I \rho_5 \\ \frac{1 - \frac{K_P}{K_I T_d}}{T_d} & -\frac{1}{T_d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_I \\ \Delta x_d \end{bmatrix} + K_I \begin{bmatrix} -\rho_1 & -\rho_2 & -\rho_3 & -\rho_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_r^k \\ \Delta V_m^k \\ \Delta V_r^j \\ \Delta V_m^j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_I \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (2.57)$$

onde  $u = \Delta P_s^{TCSC}$  é um sinal suplementar.

Eliminando-se também  $\Delta B_{kj}$  nas equações de injeções de corrente obtém-se agora para a barra  $k$ :

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_B^k \end{bmatrix} \Delta \mathbf{V}_B + \begin{bmatrix} \frac{K_{PC1}}{K_I T_d} & c1 \\ \frac{K_{PC2}}{K_I T_d} & c2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_I \\ \Delta x_d \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

e para a barra  $j$ :

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_B^j \end{bmatrix} \Delta \mathbf{V}_B + \begin{bmatrix} \frac{K_{PC3}}{K_I T_d} & c3 \\ \frac{K_{PC4}}{K_I T_d} & c4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_I \\ \Delta x_d \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

O conjunto de equações diferenciais (2.57) e as equações algébricas (2.58)-(2.59) descrevem o TCSC na sua forma linear. A incorporação dessas equações na representação do sistema, será vista mais adiante.

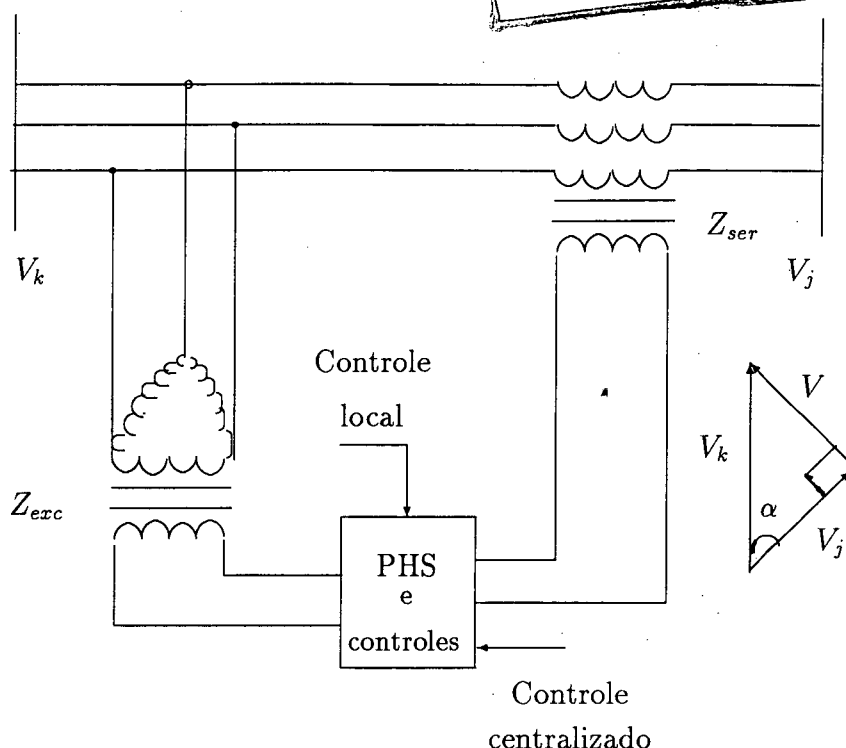


Figura 2.13: Esquema de ligação do PHS

Quando  $P_{kj}$  é o próprio fluxo através da linha (caso anterior), o TCSC age através da potência de referência no sentido de manter o fluxo de potência constante (“Estratégia de fluxo constante na linha”), através de variação na compensação série [45]. A estratégia oposta consiste em fazer com que a linha onde está instalado o TCSC absorva toda variação de fluxo da linha que chega na barra do TCSC. Esta estratégia é chamada “Ângulo constante” [45, 55]. Neste caso, são necessárias informações remotas de fluxos das linhas cujas variações devem ser supridas pela linha onde está o TCSC.

### 2.4.3 Defasadores Angulares Controlados Eletronicamente

Os defasadores angulares controlados eletronicamente (“Power-controlled Phase Shifters” (PHSs)) são equipamentos FACTS de ação rápida cuja função é o controle contínuo da “injeção de tensão”, em quadratura com a tensão terminal, resultando em uma diferença de fase entre as tensões de entrada e saída [11].

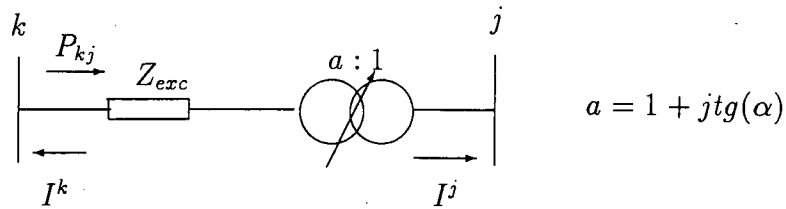


Figura 2.14: Modelo usado para o PHS

A Figura 2.13, retirada da referência [11], mostra o esquema funcional de um PHS e o seu diagrama fasorial de tensões. A Figura 2.14 ilustra o circuito equivalente do PHS cuja modelagem é feita por um transformador ideal com relação de “tap” complexa mais uma impedância equivalente. A impedância equivalente representa os efeitos da impedância série do transformador série e os efeitos da impedância de excitação do transformador de excitação.

O diagrama fasorial mostra que, no caso de um PHS ideal (sem reatância de curto-circuito do transformador de excitação e do transformador série), a tensão  $V$  está em quadratura com a tensão de um dos terminais. De acordo com o diagrama fasorial

$$V_k = V_j + jV = V_j + jV_j tg(\alpha) = (1 + jtg(\alpha))V_j = aV_j \quad (2.60)$$

onde  $\alpha$  é o ângulo de defasagem do PHS e  $a = 1 + jtg(\alpha)$  é a relação complexa de “tap”.

A exemplo do que foi feito para o TCSC, modela-se o PHS por injeções de corrente nas barras terminais e cujo controle também é efetuado por um circuito PI. Algumas relações importantes para deduções das equações de injeções de corrente que podem ser obtidas a partir da Figura (2.14), são :

$$V_p = aV_j \quad (2.61)$$

$$0 = V_p I_k^* + V_j I_j^* \quad (2.62)$$

A equação (2.61) expressa a relação ideal de transformação do transformador, enquanto

a equação (2.62) representa o balanço de potência complexa no PHS. Portanto, as relações entre as correntes injetadas nos terminais do transformador equivalente são:

$$\frac{I_j}{I_k} = -a^* \quad (2.63)$$

$$I_k = \frac{V_k - aV_j}{Z_{exc}} \quad (2.64)$$

Através das relações de injeções de corrente e posterior linearização, pode-se escrever para a barra  $k$  (supõe-se  $Z_{exc} = jx_{exc}$ ):

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{k,1}^k & \dots & \mathbf{Y}_{k,k}^k & \dots & \mathbf{Y}_{k,j}^k & \dots \end{bmatrix} \Delta \mathbf{V}_B + \begin{bmatrix} g1 \\ g2 \end{bmatrix} \Delta \alpha \quad (2.65)$$

onde  $\mathbf{Y}_{k,1}^k$  é uma matriz  $2 \times 2$  contendo o termo da matriz admitância devido à conexão  $k - 1$ ;  $\mathbf{Y}_{k,k}^k$  é a matriz  $2 \times 2$  contendo o termo próprio da barra  $k$ ; e  $\mathbf{Y}_{k,j}^k$  é a matriz  $2 \times 2$  contendo o termo que depende da injeção de corrente na barra  $k$ , conforme Figura 2.14. Todas essas matrizes podem ser obtidas diretamente dos elementos da matriz de admitância nodal supondo-se que a impedância  $jx_{exc}$  seja uma linha conectada entre as barras  $k$  e  $j$ . Este procedimento somente não se aplica à  $\mathbf{Y}_{k,j}^k$  que depende da condição inicial de defasagem  $\alpha_0$ . Esta matriz, por outro lado pode ser obtida através de:

$$\mathbf{Y}_{k,j}^k = \begin{bmatrix} \frac{1}{x_{exc}} & -\frac{tg(\alpha_0)}{x_{exc}} \\ \frac{tg(\alpha_0)}{x_{exc}} & \frac{1}{x_{exc}} \end{bmatrix} \quad (2.66)$$

As injeções de corrente na barra  $j$  fornecem as seguintes equações:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{j,1}^j & \dots & \mathbf{Y}_{j,k}^j & \dots & \mathbf{Y}_{j,j}^j & \dots \end{bmatrix} \Delta \mathbf{V}_B + \begin{bmatrix} g3 \\ g4 \end{bmatrix} \Delta \alpha \quad (2.67)$$

onde agora obtêm-se também as matrizes  $2 \times 2$ , como acima, a partir da matriz admitância nodal, porém sem considerar a ligação entre as barras  $j - k$ . As matrizes  $\mathbf{Y}_{j,k}^j$  e  $\mathbf{Y}_{j,j}^j$  são então obtidas através de:

$$\mathbf{Y}_{j,k}^j = \begin{bmatrix} \frac{1}{x_{exc}} & \frac{tg(\alpha_0)}{x_{exc}} \\ -\frac{tg(\alpha_0)}{x_{exc}} & \frac{1}{x_{exc}} \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

$$\mathbf{Y}_{j,j}^j = \begin{bmatrix} B'_{j,j} - \frac{1+tg^2(\alpha_0)}{x_{exc}} & G'_{j,j} \\ -G'_{j,j} & B'_{j,j} - \frac{1+tg^2(\alpha_0)}{x_{exc}} \end{bmatrix} \quad (2.69)$$

onde  $B'_{j,j}$  e  $G'_{j,j}$  são termos da matriz admitância nodal computados sem considerar a inclusão do PHS.

Outros termos que aparecem nas equações anteriores são calculados como:

$$g1 = -\frac{V_{mj}^0 sec^2(\alpha_0)}{x_{exc}} \quad (2.70)$$

$$g2 = \frac{V_{rj}^0 sec^2(\alpha_0)}{x_{exc}} \quad (2.71)$$

$$g3 = \frac{V_{mk}^0 - 2V_{rj}^0 tg(\alpha_0)}{x_{exc}} sec^2(\alpha_0) \quad (2.72)$$

$$g4 = -\frac{V_{rk}^0 + 2V_{mj}^0 tg(\alpha_0)}{x_{exc}} sec^2(\alpha_0) \quad (2.73)$$

Considera-se que o PHS controla o fluxo de potência ativo fluindo por si mesmo e no sentido da barra  $k$  para  $j$ . Seja a potência complexa fluindo neste sentido definida por:

$$S_{kj} \triangleq V_k I_{kj}^* = V_k \frac{V_k^* - V_p}{Z_{exc}^*} = \frac{|V_k|}{Z_{exc}^*} - \frac{V_k V_j^*}{Z_{exc}^*} (1 - jtg(\alpha)) \quad (2.74)$$

Então, o fluxo de potência ativo definido por  $P_{kj} \triangleq real[S_{kj}]$ , pode ser escrito como:

$$P_{kj} = \frac{1}{x_{exc}} [V_{mk} V_{rj} - V_{rk} V_{mj} - (V_{mk} V_{mj} + V_{rk} V_{rj}) tg(\alpha)] \quad (2.75)$$

A linearização da equação (2.75) fornece o seguinte resultado:

$$\Delta P_{kj} = \rho_1 \Delta V_r^k + \rho_2 \Delta V_m^k + \rho_3 \Delta V_r^j + \rho_4 \Delta V_m^j + \rho_5 \Delta \alpha \quad (2.76)$$

onde

$$\begin{aligned}
\rho_1 &= -\frac{1}{x_{exc}}(V_{mj}^0 + V_{rj}^0 \operatorname{tg}(\alpha_0)) \\
\rho_2 &= \frac{1}{x_{exc}}(V_{rj}^0 - V_{mj}^0 \operatorname{tg}(\alpha_0)) \\
\rho_3 &= \frac{1}{x_{exc}}(V_{mk}^0 - V_{rk}^0 \operatorname{tg}(\alpha_0)) \\
\rho_4 &= -\frac{1}{x_{exc}}(V_{rk}^0 + V_{mk}^0 \operatorname{tg}(\alpha_0)) \\
\rho_5 &= -\frac{\sec^2(\alpha_0)}{x_{exc}}(V_{mk}^0 V_{mj}^0 + V_{rk}^0 V_{rj}^0)
\end{aligned}$$

Usa-se neste trabalho também um controlador do tipo PI no circuito de controle primário do PHS. O diagrama de bloco é igual àquele mostrado na Figura 2.11 (caso de TCSC), alterando-se a variável de saída que passa a ser agora o ângulo incremental  $\Delta\alpha$ . Este ângulo é dado em radianos e sua função é controlar o fluxo de potência ativa fluindo pelo PHS. Naquela figura, as constantes  $K_I$  e  $K_P$  do controlador devem ser negativas para o PHS, bem como  $P_{ref}$ . Isto é, um fluxo de potência ativa maior que a referência, causa um erro negativo na entrada do circuito de controle. O controlador desta forma age no sentido de aumentar o ângulo  $\alpha$  tendo em vista diminuir o fluxo de potência controlado pelo PHS.

As equações diferenciais e algébricas do PHS têm portanto a mesma estrutura daquelas determinadas para o TCSC. Aqui, deve-se ter atenção aos valores de  $K_I$  e  $K_P$ . Estes ganhos devem estar nas mesmas bases do erro de potência  $P_{ref} - P_{kj}$ , porquanto o ângulo  $\alpha$  está em radianos. Então, para o PHS, tem-se:

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \Delta \dot{x}_I \\ \Delta \dot{x}_d \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{K_P \rho_5}{T_d} & -K_I \rho_5 \\ \frac{1 - \frac{K_P}{K_I T_d}}{T_d} & -\frac{1}{T_d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_I \\ \Delta x_d \end{bmatrix} + \\
K_I \begin{bmatrix} -\rho_1 & -\rho_2 & -\rho_3 & -\rho_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} &\begin{bmatrix} \Delta V_r^k \\ \Delta V_m^k \\ \Delta V_r^j \\ \Delta V_m^j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_I \\ 0 \end{bmatrix} u
\end{aligned} \tag{2.77}$$

onde  $u = \Delta P_s^{PHS}$  é um sinal suplementar.

Das equações de injeções de corrente obtém-se agora para a barra  $k$ :

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{k,1}^k & \cdots & \mathbf{Y}_{k,k}^k & \cdots & \mathbf{Y}_{k,j}^k & \cdots \end{bmatrix} \Delta \mathbf{V}_B + \begin{bmatrix} \frac{K_P g_1}{K_I T_d} & g_1 \\ \frac{K_P g_2}{K_I T_d} & g_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_I \\ \Delta x_d \end{bmatrix} \quad (2.78)$$

e para a barra  $j$ :

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{j,1}^j & \cdots & \mathbf{Y}_{j,k}^j & \cdots & \mathbf{Y}_{j,j}^j & \cdots \end{bmatrix} \Delta \mathbf{V}_B + \begin{bmatrix} \frac{K_P g_3}{K_I T_d} & g_3 \\ \frac{K_P g_4}{K_I T_d} & g_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_I \\ \Delta x_d \end{bmatrix} \quad (2.79)$$

Estas equações são facilmente incorporadas no tipo de representação que se deseja obter para o sistema.

## 2.5 Representação de Cargas Estáticas Não-lineares

Uma forma geral para representação das cargas é aquela que consiste em aproximá-las por polinômios em  $|V|$  ou por uma função exponencial de base  $|V|$ , onde  $V$  é a tensão da barra [51, 5, 20, 56].

A potência absorvida por uma carga não-linear na barra  $k$  representada por um polinômio de segundo grau é dada por:

$$P_k = A_P + B_P |\bar{V}_k| + C_P |\bar{V}_k|^2 \quad (2.80)$$

$$Q_k = D_Q + E_Q |\bar{V}_k| + F_Q |\bar{V}_k|^2 \quad (2.81)$$

e a corrente injetada na barra, devido a esta carga é:

$$\bar{I}_c = \frac{S_k^*}{\bar{V}_k^*} = \frac{(P_k - jQ_k)}{\bar{V}_k^*} = \frac{(P_k - jQ_k)\bar{V}_k}{|\bar{V}_k|^2} \quad (2.82)$$

onde



$A_P$  é a parcela de carga ativa representada por potência constante

$B_P$  é a parcela de carga ativa representada por corrente constante

$C_P$  é a parcela de carga ativa representada por impedância constante

$D_Q$  é a parcela de carga reativa representada por potência constante

$E_Q$  é a parcela de carga reativa representada por corrente constante

$F_Q$  é a parcela de carga reativa representada por impedância constante

$\bar{V}_k = V_{kr} + jV_{km}$  é a tensão da barra  $k$

$S_k^* = P_k - jQ_k$  é a potência complexa conjugada da barra  $k$  representada por curva de carga

$V_{kr}$  é a parte real da tensão de barra

$V_{km}$  é a parte imaginária da tensão de barra

$\bar{I}_c = I_{kr} + jI_{km}$  é a corrente na carga

Na formulação da matriz Jacobiana, que será vista na próxima seção, é necessária a obtenção das derivadas parciais  $\frac{\partial I_{kr}}{\partial V_{kr}}, \frac{\partial I_{kr}}{\partial V_{km}}, \frac{\partial I_{km}}{\partial V_{kr}}, \frac{\partial I_{km}}{\partial V_{km}}$ . Estes termos são acrescentados ao bloco 2x2 da matriz  $\mathbf{Y}_B$  correspondente a barra  $k$  do sistema.

No caso de cargas representadas por impedância constante, basta transformá-las em admitância e acrescentá-las aos elementos próprio da matriz  $\mathbf{Y}_B$ , formada para resolução do fluxo de carga.

Quando as cargas não-lineares são representadas por função exponencial, as potências são:

$$P_k = A_P |\bar{V}_k|^\ell \quad (2.83)$$

$$Q_k = B_Q |\bar{V}_k|^\ell \quad (2.84)$$

A obtenção das derivadas parciais de corrente e conseqüentemente a parte que deve ser acrescentada ao termo próprio da barra  $k$ , ocorre de forma semelhante ao caso descrito anteriormente.

De maneira semelhante como foi feito nos itens anteriores, pode-se modelar outros componentes que influenciam na análise da estabilidade a pequenos sinais do sistema, como motores de indução [5, 56] e elos de corrente contínua com modulação [49, 57]. Entretanto esta abordagem não será considerada aqui.

## 2.6 Formação da Matriz Jacobiana

A ação dos reguladores de velocidade das máquinas síncronas é desprezada no estudo de pequenos sinais que será conduzido neste trabalho. Além disso, supõe-se que a potência mecânica tenha variação desprezível, de modo que é razoável fazer  $\Delta P_m \approx 0$ .

Em vista dessas considerações, a equação (2.9), relacionada à aceleração da máquina, depende exclusivamente de variações na potência elétrica e de um termo de amortecimento. Pode-se, então, relacionar as outras equações diferenciais que descrevem o comportamento físico da máquina, tal como foi mostrado em seções anteriores, e organizá-las em um vetor de estado, por gerador. Procedimento semelhante pode ser efetuado para os dispositivos FACTS, de modo que ao final, tem-se um *vetor de estado aumentado* contendo os estados de todos equipamentos com representação dinâmica. Esta sistemática dá uma idéia de organização dos equipamentos por subsistema e é mais eficiente para a melhor programação computacional do método de ajuste que pretende-se abordar. Da mesma forma procede-se em relação às variáveis algébricas. Estas variáveis, porém, estão mais relacionadas com as interconexões da rede aos equipamentos. Serão consideradas variáveis algébricas todas as tensões reais e imaginárias de barra.

A equação (2.4) será a base para formação do conjunto de equações algébricas. A substituição das injeções de corrente devido à presença de máquinas e dispositivos FACTS nesta equação dá lugar a termos que dependem de variáveis de estados e tensões. Os estados estão relacionados exclusivamente ao dispositivo ligado à barra onde se dá a injeção de corrente, conforme visto na Seção 2.3. Os termos relacionados com as tensões

referem-se às ligações dos equipamentos com a rede. Estes últimos termos dão lugar a modificações na matriz que relaciona as variáveis algébricas.

Agrupando então variáveis de estados e variáveis algébricas conforme a sistemática discutida previamente, é possível se chegar à seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_A & \mathbf{J}_B \\ \mathbf{J}_C & \mathbf{J}_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{u} \quad (2.85)$$

onde

$\mathbf{x}$  é o vetor de estado de dimensão  $n \times 1$

$\mathbf{z}$  é o vetor de variáveis algébricas de dimensão  $2N_B \times 1$

$\mathbf{u}$  é o vetor de controle de dimensão  $N \times 1$

$N$  é o número de equipamentos dotados de controle adicional

$\mathbf{J}_A, \mathbf{J}_B, \mathbf{J}_C, \mathbf{J}_D$  são submatrizes com dimensões apropriadas

$\mathbf{B}$  é a matriz de controle

A equação (2.85) é conhecida como representação do sistema pela matriz Jacobiana aumentada ou simplesmente matriz Jacobiana não-reduzida [52, 51, 83].

Algumas características em relação a equação (2.85) são:

- A matriz  $\mathbf{J}_A$  é bloco diagonal, apresentando poucos elementos não-nulos em cada bloco  $\mathbf{J}_{Ai}$ ,  $i = 1, \dots, N_e$ , onde  $N_e$  é o número de equipamentos do sistema de potência com representação dinâmica.  $\mathbf{J}_{Ai}$  tem dimensão  $2 \times 2$  na representação de CERs, TCSCs e PHSs; e pode apresentar dimensão  $2 \times 2$  para o modelo mais simples de máquina (modelo clássico) até dimensão  $8 \times 8$  (modelo com pólos salientes, enrolamentos amortecedores e sistema de excitação IEEE - DC1).
- As matrizes  $\mathbf{J}_B$  e  $\mathbf{J}_C$  também são blocos diagonais, sendo uma delas a transposta da outra em estrutura. São matrizes bastante esparsas. Cada submatriz  $\mathbf{J}_{Bi}$ ,

$i = 1, \dots, N_e$  apresenta número de linhas igual ao número de estados, por equipamentos e 2 colunas.

- A matriz  $\mathbf{J}_D$  é não-singular e tem a mesma estrutura da matriz  $\mathbf{Y}_B$ . Esta matriz apresenta incidência simétrica e apresenta no máximo  $4(N_B + 2N_L)$  elementos não-nulos, onde  $N_L$  representa o número de ligações da rede (linhas mais transformadores).
- A matriz  $\mathbf{B}$  (para os elementos modelados e dotados de controladores adicionais) tem apenas um elemento não-nulo por coluna, que é devido exclusivamente à presença de sinal adicional.

Deve-se observar que eliminando-se as variáveis algébricas, obtém-se a matriz de estado do sistema. Logo pode-se escrever:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (2.86)$$

onde

$$\mathbf{A} = \mathbf{J}_A - \mathbf{J}_B \mathbf{J}_D^{-1} \mathbf{J}_C$$

O processo de redução à matriz de estado pode ser realizado eficientemente por eliminação de Gauss. Este processo de redução, entretanto, destrói a alta esparsidade da matriz Jacobiana.

Para efeito de comparação da esparsidade entre a matriz  $\mathbf{J}_D$ , que é aquela usada efetivamente nos cálculos mais significativos, e a matriz de estado, apresenta-se um exemplo prático. Considere que um sistema tenha 750 barras, 953 ligações e 40 máquinas com representação dinâmica. O número de elementos não-nulos de  $\mathbf{J}_D$  neste caso é 9124 e sua dimensão  $1500 \times 1500$ . Estes dados indicam que apenas 0.4 % dos elementos são não-nulos. Em contrapartida, a matriz de estado nas mesmas condições apresenta 242 estados,

sendo que 24206 dos seus elementos são não-nulos, o que representa mais de 40 % dos elementos de toda matriz. Esta última porcentagem é extremamente elevada comparada com a porcentagem associada com a matriz  $\mathbf{J}_D$ .

Em vista da discussão anterior é recomendável, portanto, o uso de técnicas de esparsidade envolvendo aplicações do tipo de sistema de equações (2.85), principalmente em se tratando de sistemas de grande porte.

A representação do sistema pela equação (2.85) considera os eixos  $r - m$  da rede como sistema de referência de tensão. Nesta situação os ângulos dos rotores das máquinas estão referenciados em relação a esse sistema de referência. Por isso a matriz  $\mathbf{J}_A$  é bloco diagonal. O uso de uma máquina como referência dá lugar a termos que envolvem a diferença entre os ângulos dos rotores. Esta particularidade quebra a estrutura bloco diagonal da matriz  $\mathbf{J}_A$ , porque as variáveis de estados são organizadas por equipamentos. Tendo em vista que a característica bloco diagonal da matriz  $\mathbf{J}_A$  é adequada para cálculos que se pretende efetuar, conforme será visto no Capítulo IV, adotar-se-á o sistema de coordenadas da rede como referência.

## 2.7 Incorporação da Representação de Sinais Estabilizadores

A metodologia explorada aqui é especialmente adequada para utilização da formulação via matriz Jacobiana no ajuste de controladores de sistemas de potência.

Supõe-se que o controlador seja modelado conforme a representação apresentada na subseção 2.3.3. Se a saída do sistema é dada por

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (2.87)$$

pode-se combinar esta equação com as equações do controlador para formar um sistema aumentado que incorpora agora também as equações do estabilizador. Desta forma, se as

equações para o controlador na sua FCO são:

$$\dot{\mathbf{x}}_c = \mathbf{A}_c \mathbf{x}_c + \mathbf{B}_c \mathbf{u}_c \quad (2.88)$$

$$\mathbf{y}_c = \mathbf{C}_c \mathbf{x}_c + \mathbf{D}_c \mathbf{u}_c \quad (2.89)$$

e, em malha fechada

$$\mathbf{u}_c = \mathbf{y} \quad (2.90)$$

$$\mathbf{y}_c = \mathbf{u} \quad (2.91)$$

pode-se combinar as equações (2.85) e as do controlador de forma que:

$$\dot{\mathbf{x}} = (\mathbf{J}_A + \mathbf{B}\mathbf{D}_c\mathbf{C})\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{C}_c\mathbf{x}_c + \mathbf{J}_B\mathbf{z} \quad (2.92)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_c = \mathbf{A}_c\mathbf{x}_c + \mathbf{B}_c\mathbf{C}\mathbf{x} \quad (2.93)$$

cujo sistema aumentado resultante fica:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{x}}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_A + \mathbf{B}\mathbf{D}_c\mathbf{C} & \mathbf{B}\mathbf{C}_c \\ \mathbf{B}_c\mathbf{C} & \mathbf{A}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{J}_B \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z} \end{bmatrix}. \quad (2.94)$$

Este sistema pode ser desmembrado como

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{x}}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_A & \mathbf{B}\mathbf{C}_c \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{J}_B \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{z} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{D}_c \\ \mathbf{B}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_c \end{bmatrix}. \quad (2.95)$$

Fazendo-se

$$\mathbf{u}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_c \\ \mathbf{B}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_c \end{bmatrix} = -\mathbf{G} \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_c \end{bmatrix} \quad (2.96)$$

com

$$\mathbf{G} = - \begin{bmatrix} \mathbf{D}_c \\ \mathbf{B}_c \end{bmatrix}$$

$$y_a = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix} = C_a \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix},$$

pode-se reescrever o sistema aumentado como:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_A & BC_c \\ 0 & A_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} J_B \\ 0 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} B & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} u_a \quad (2.97)$$

$$0 = \begin{bmatrix} J_C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix} + J_D z \quad (2.98)$$

onde a lei de controle é do tipo

$$u_a = -Gy_a \quad (2.99)$$

As equações (2.97) e (2.98) têm a mesma forma da equação (2.85). Ou seja, a estrutura da matriz Jacobiana é preservada. Observe também que neste problema  $A_c$  é uma matriz conhecida, uma vez que os pólos do estabilizador são fixados. A matriz  $C_c$  também é conhecida. Desta forma as incógnitas são  $D_c$  e  $B_c$ , a serem obtidas a partir da matriz  $G$  de ganhos descentralizados das saídas.

Então deve-se estudar uma estratégia de controle de forma a determinar  $G$  e conseqüentemente os parâmetros dos controladores que propiciem ao sistema amortecimento satisfatório. Será visto nos capítulos a seguir que esta estratégia pode ser formulada em termos de um problema de controle ótimo com restrições estruturais.

## 2.8 Conclusão

Neste capítulo estuda-se a modelagem dos principais equipamentos de um sistema de potência: geradores, controladores de sistemas de potência, equipamentos FACTS, e cargas. A combinação das equações diferenciais e algébricas destes equipamentos, resultado da linearização em torno do ponto de operação do sistema, forma a matriz Jacobiana

aumentada (não-reduzida), que é altamente esparsa. Mostra-se que as equações dos estabilizadores para geradores e equipamentos FACTS são facilmente incorporadas nesta formulação. Mostra-se ainda que o ajuste dos controladores pode ser feito determinando-se uma matriz de realimentação descentralizada de saídas, que é o resultado da transformação de um problema de realimentação dinâmica de saída em um problema de realimentação estática de saída.



## Capítulo 3

# Controle Ótimo com Restrições Estruturais

### 3.1 Introdução

A determinação da matriz de realimentação estática de saída que soluciona o problema de ajuste de estabilizadores visto no capítulo anterior poderia ser feita mediante o uso de técnicas de posicionamento de pólos [4, 75] ou ainda técnicas no domínio da frequência [54]. Estes métodos são mais adequados para o projeto seqüencial de controladores, pois usam conceitos de sistemas monovariáveis [18]. Tendo em vista a complexidade da dinâmica dos sistemas de potência, devido à elevada quantidade de geradores e outros equipamentos dotados de controle, surgem diversas interações que se manifestam por toda rede. É mais razoável se pensar em técnicas de controle que contemplem simultaneamente estas interações. Métodos integrados de ajuste de controladores devem então ser preferidos em relação às técnicas seqüenciais tendo em vista sua natureza multivariável. Técnicas baseadas em controle ótimo apresentam estas características desejáveis [44].

Neste capítulo, será abordado o problema de controle ótimo tendo em vista a sua importância na metodologia de formulação do problema para determinação dos parâmetros

dos controladores de sistemas de potência. Será definido o Problema do Regulador Linear Quadrático (PRLQ), que é um dos problemas de maior importância prática resolvido através da teoria de controle ótimo. Ênfase especial será dada ao PRLQ com restrições estruturais.

## 3.2 Formulação do Problema do Regulador Linear Quadrático

Considere o modelo linearizado de um sistema invariante no tempo dado por:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (3.1)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (3.2)$$

onde  $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$ ,  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  é a variável de estado,  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$  é a variável de controle e  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^p$  é a variável de saída.

Se uma função objetivo quadrática definida por

$$J = \frac{1}{2} \int_0^T [\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}] dt \quad (3.3)$$

é minimizada, sujeito às restrições da equação (3.1), uma lei ótima de controle obtida é do tipo

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}^* \mathbf{x} \quad (3.4)$$

onde  $\mathbf{K}^* = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}^*$  é o ganho ótimo e  $\mathbf{P}^*$  é a solução positiva semi-definida e simétrica da equação de Riccati [44]:

$$-\dot{\mathbf{P}}^* = \mathbf{A}^T \mathbf{P}^* + \mathbf{P}^* \mathbf{A} - \mathbf{P}^* \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}^* + \mathbf{Q}; \quad \mathbf{P}(T) = \mathbf{0}. \quad (3.5)$$

Considerando as hipóteses de controlabilidade do par  $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$  e observabilidade do par  $(\mathbf{A}, \mathbf{Q}^{\frac{1}{2}})$ , o ganho  $\mathbf{K}^*$  é único [44]. Este ganho é variante no tempo porque  $\mathbf{P}^*$  é função do tempo. Leis de controle com este tipo de ganho não são comuns em sistemas invariantes

no tempo. Uma situação mais realística é aquela que considera o limite de  $T$  tendendo para infinito. Nestas condições, a expressão (3.5) passa a ser uma equação de Riccati algébrica do tipo:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P}^* + \mathbf{P}^* \mathbf{A} - \mathbf{P}^* \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}^* + \mathbf{Q} = 0. \quad (3.6)$$

Com esta aproximação o ganho  $\mathbf{K}^*$  passa a ser constante.

O sistema em malha fechada resultante

$$\dot{\mathbf{x}} = (\mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{K}^*) \mathbf{x} \quad (3.7)$$

é sempre estável, sendo o ganho estático ou não. A lei de controle resultante torna o sistema robusto dado que uma margem de fase de pelo menos 60 graus é obtida [2, 44].

O problema de determinação de uma lei  $u$  para a qual a função objetivo definida pela equação (3.3) é mínima, chama-se Problema do Regulador Linear Quadrático (PRLQ). Este problema pode ser de natureza estocástica quando supõe-se que um distúrbio (ruído branco), representado por um processo estocástico, é acrescentado ao modelo de estado; ou de natureza determinística, quando se considera grandezas definidas. O segundo caso será considerado neste trabalho.

Mesmo no caso determinístico, o problema de resolução do PRLQ é complexo. A sua implementação prática em sistemas físicos depende da medição de todas variáveis de estado do sistema, o que nem sempre é viável. A possibilidade de se usar estimadores de estados [63, 44] também encontra um grande obstáculo ao se considerar sistemas de grande porte. Entretanto perde-se a robustez citada anteriormente [2]. Por estas razões, leis de controle do tipo realimentação de estados são inviáveis para aplicação em sistemas de potência, tendo em vista a quantidade de variáveis a serem medidas ou estimadas. Surge, então, a idéia de se usar somente realimentação de saídas de variáveis mensuráveis, que se torna uma restrição à lei de controle por realimentação de estados.

### 3.3 Problema de Controle Ótimo com Restrições Estruturais

No início dos anos setenta, uma grande atenção foi dada ao problema do projeto de reguladores com restrição de saída, onde um número bastante limitado de estados é acessível [48]. A solução ótima para este tipo de problema de controle é obtida em termos de equações algébricas matriciais não - lineares de ordens elevadas. As complexidades de convergência para esta técnica tornaram-se um sério obstáculo por um longo tempo. Estes problemas de convergência foram resolvidos em [82, 50]. Entretanto, a aplicação da técnica desenvolvida nestes trabalhos limitou-se à realimentação de saída sem se preocupar, por exemplo, com a restrição da impossibilidade física de se realimentar saídas geograficamente afastadas, como é o caso que se apresenta quando tratamos do controle de subsistemas separados geograficamente e sem troca de informações. Um outro aspecto negativo desta técnica está no fato de usar um ganho inicial de partida que estabilize o sistema em malha fechada para resolução iterativa do PRLQ [40]. Nem sempre esta é uma tarefa simples. Uma contribuição significativa na resolução do PRLQ com restrições estruturais genéricas foi proposta por GEROMEL [35, 36]. Esta técnica será descrita a seguir tendo em vista a sua aplicação no projeto de estabilizadores via controle ótimo.

#### 3.3.1 Restrição por Realimentação da Saída

Tendo em mente a equação (3.1), pode-se relacionar os estados  $\mathbf{x}$  com as saídas  $\mathbf{y}$  por uma lei do tipo

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \mathbf{u}_s(\mathbf{h}(\mathbf{x})) = \mathbf{u}_s(\mathbf{y}) \quad (3.8)$$

o qual caracteriza uma lei de controle por realimentação de saída. Então, deve-se introduzir no problema de otimização a restrição estrutural [35]:

$$\exists \mathbf{u}_s(.) \text{ t.q. } \mathbf{u}(\xi) = \mathbf{u}_s(\mathbf{h}(\xi)) \forall \xi \in \mathbb{R}^n. \quad (3.9)$$

No caso linear, com  $h(\mathbf{x}) = \mathbf{C}\mathbf{x}$  e  $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{p \times n}$ ,  $p \leq n$ , a lei de realimentação de estado

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = -\mathbf{K}\mathbf{x} \quad (3.10)$$

pode ser escrita como uma realimentação de saída

$$\mathbf{u}_s(\mathbf{y}) = -\mathbf{G}\mathbf{y} \quad (3.11)$$

se e somente se  $\exists \mathbf{G} \in \mathbb{R}^{m \times p}$  t.q.  $\mathbf{K} = \mathbf{G}\mathbf{C}$ . Isto é possível se e somente se  $\mathcal{R}(\mathbf{K}^T) \subseteq \mathcal{R}(\mathbf{C}^T)$ , onde  $\mathcal{R}(\cdot)$  denota a imagem de  $(\cdot)$ . Além do mais, o núcleo de  $\mathbf{C}$  é ortogonal a  $\mathcal{R}(\mathbf{C}^T)$ . Então a afirmação anterior é equivalente a dizer que a projeção das colunas de  $\mathbf{K}^T$  no núcleo de  $\mathbf{C}$  é zero [3]. Ou seja

$$\mathbf{K}(\mathbf{I} - \mathbf{C}^T(\mathbf{C}\mathbf{C}^T)^{-1}\mathbf{C}) = \mathbf{0}. \quad (3.12)$$

Se  $\mathbf{K}$  satisfaz (3.12) então o ganho de realimentação de saída é dado por [35, 36, 64]

$$\mathbf{G} = \mathbf{K}\mathbf{C}^T(\mathbf{C}\mathbf{C}^T)^{-1}. \quad (3.13)$$

Um outro exemplo importante de restrições estruturais é o controle de realimentação descentralizada dos estados.

### 3.3.2 Controle por Realimentação Descentralizada dos Estados

Suponha que os vetores de estado e controle são particionados como

$$\mathbf{x}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^T & \dots & \mathbf{x}_N^T \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

$$\mathbf{u}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1^T & \dots & \mathbf{u}_N^T \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

onde  $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^{n_i}$ ,  $\mathbf{u}_i \in \mathbb{R}^{m_i}$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ . Isto corresponde a representação de um sistema dinâmico interligado através de  $N$  subsistemas com estados e variáveis de controle locais.

A Figura 3.1 mostra uma estrutura de controle descentralizada com  $N = 3$ .

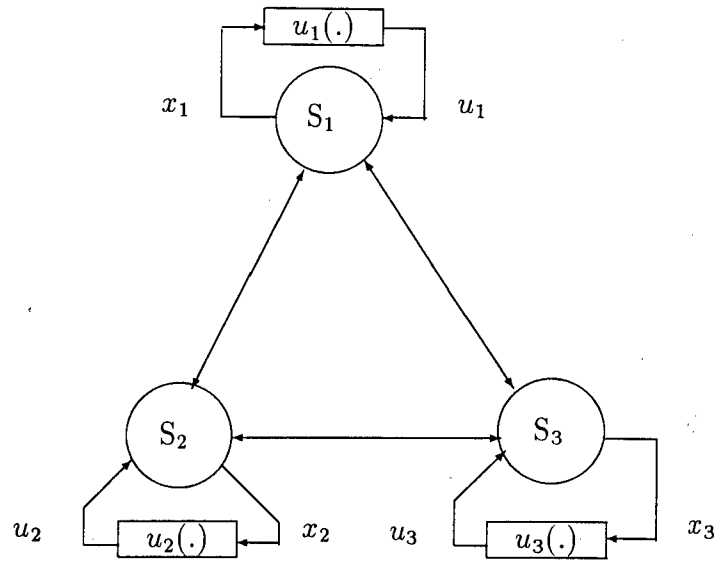


Figura 3.1: Estrutura de controle descentralizada

Baseado na Figura 3.1, o controle descentralizado impõe a seguinte lei de controle de realimentação:

$$\mathbf{u}^T(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1^T(\mathbf{x}) & \cdots & \mathbf{u}_N^T(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Esta equação indica que qualquer controle local depende exclusivamente dos estados locais. Se  $\mathbf{u}(\mathbf{x}) = -\mathbf{K}\mathbf{x}$ , então a lei de controle do tipo (3.16) existe se e somente se  $\mathbf{K}$  é uma matriz bloco diagonal tal que:

$$\mathbf{K} - \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_2 & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{K}_N \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (3.17)$$

$$\mathbf{u}^T(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1^T(\mathbf{x}) & \cdots & \mathbf{u}_N^T(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

onde  $\mathbf{K}_i \in \mathbb{R}^{m_i \times n_i}$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$  e  $\sum_{i=1}^N n_i = n$ ,  $\sum_{i=1}^N m_i = m$ . Fica evidente que a expressão (3.17) pode ser escrita fazendo-se restrições sobre  $\mathbf{K}$  do tipo

$$\mathbf{K} - \text{bloco diagonal} \{ \mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2, \dots, \mathbf{K}_N \} = \mathbf{0}. \quad (3.19)$$

Mesmo em se tratando de realimentação descentralizada de estados, podem existir alguns estados que ainda sejam inacessíveis. Assim sendo, novas restrições devem ser impostas sobre a lei de controle, no sentido de contemplar apenas realimentações de saídas locais.

### 3.3.3 Realimentação Descentralizada das Saídas

Para o sistema descrito pelas equações (3.1)-(3.2), é desejável encontrar uma estratégia de controle do tipo realimentação de saída local (controle descentralizado das saídas), tendo em vista razões práticas (por exemplo medição local em sistemas com medições afastadas geograficamente).

Neste caso, a situação mais simples é de se supor que cada saída local é uma função linear dos estados locais:

$$y_i(x_i) = C_i x_i \quad (3.20)$$

Logo, para cada subsistema, tem-se:

$$u_i(y_i) = -G_i y_i. \quad (3.21)$$

Como cada saída local depende exclusivamente do vetor de estados locais, pode-se escrever

$$u_i(y_i) = -G_i C_i x_i. \quad (3.22)$$

Portanto, uma estratégia equivalente de realimentação das saídas será obtida se e somente se existe uma matriz  $G_i$  tal que  $K_i = G_i C_i$ , onde  $G_i \in \mathbb{R}^{m_i \times p_i}$ . Deve-se verificar por conseguinte que

$$K_i(I_i - C_i^T(C_i C_i^T)^{-1}C_i) = 0. \quad (3.23)$$

Assim

$$K_i = K_i \underbrace{C_i^T(C_i C_i^T)^{-1}C_i}_{=I_i} \quad (3.24)$$

e

$$G_i = K_i C_i^T(C_i C_i^T)^{-1}. \quad (3.25)$$

onde  $C_i \in \mathbb{R}^{p_i \times n_i}$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$  e  $\sum_{i=1}^N p_i = p$ .

Neste caso, a restrição estrutural para se obter realimentação descentralizada das saídas é do tipo

$$\mathbf{G} - \text{bloco diagonal } \{\mathbf{G}_1, \mathbf{G}_2, \dots, \mathbf{G}_N\} = \mathbf{0}. \quad (3.26)$$

No caso mais geral, a saída local pode depender de variáveis locais e/ou algumas variáveis associadas a equipamentos remotos do sistema (caso de sinal derivado da potência elétrica ou frequência elétrica em sistemas elétricos de potência).

Assim

$$\mathbf{u}_i(\mathbf{x}) = -\mathbf{G}_i \mathbf{C}_i \mathbf{x} = -\mathbf{K}_i \mathbf{x}. \quad (3.27)$$

A matriz  $\mathbf{GC}$  pode então ser escrita como:

$$\mathbf{GC} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 \mathbf{C}_1 \\ \mathbf{G}_2 \mathbf{C}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{G}_N \mathbf{C}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}_2 & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{G}_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 \\ \mathbf{C}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{C}_N \end{bmatrix}. \quad (3.28)$$

Definindo-se

$$\mathbf{K} \triangleq \mathbf{GC} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 \\ \mathbf{K}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{K}_N \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

verifica-se que cada partição de  $\mathbf{GC}$  corresponde a uma equação do tipo (3.12). Portanto

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 \\ \mathbf{K}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{K}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 \mathbf{C}_1 \\ \mathbf{G}_2 \mathbf{C}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{G}_N \mathbf{C}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 \mathbf{C}_1^T (\mathbf{C}_1 \mathbf{C}_1^T)^{-1} \mathbf{C}_1 \\ \mathbf{K}_2 \mathbf{C}_2^T (\mathbf{C}_2 \mathbf{C}_2^T)^{-1} \mathbf{C}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{K}_N \mathbf{C}_N^T (\mathbf{C}_N \mathbf{C}_N^T)^{-1} \mathbf{C}_N \end{bmatrix} \quad (3.30)$$



ou ainda

$$\mathbf{K} - \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 \mathbf{C}_1^T (\mathbf{C}_1 \mathbf{C}_1^T)^{-1} \mathbf{C}_1 \\ \mathbf{K}_2 \mathbf{C}_2^T (\mathbf{C}_2 \mathbf{C}_2^T)^{-1} \mathbf{C}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{K}_N \mathbf{C}_N^T (\mathbf{C}_N \mathbf{C}_N^T)^{-1} \mathbf{C}_N \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (3.31)$$

sendo que  $\mathbf{G}$ , definida em (3.29), deve ter a mesma forma da equação (3.26).

A restrição apresentada nesta subseção é mais rigorosa que aquelas apresentadas nas subseções 3.3.1 e 3.3.2. Em razão disto paga-se um preço na determinação da matriz de ganhos em termos de cálculo [64].

### 3.4 Restrições Estruturais Genéricas

Nos itens anteriores foram considerados casos particulares de restrições estruturais. O caso geral, que será visto na próxima seção, pode ser posto como  $\mathbf{K} \in \mathcal{S}$  onde

$$\mathcal{S} \triangleq \{ \mathbf{K} \in \mathbb{R}^{m \times n} \text{ t.q. } \mathbf{F}(\mathbf{K}) = \mathbf{0} \}$$

sendo  $\mathbf{F}(\mathbf{K})$  uma função matricial a ser precisamente definida e que depende do problema em consideração [35, 36].

#### 3.4.1 Equação de Riccati Generalizada

Considere novamente o PRLQ definido pela função objetivo (3.3) e sujeito às restrições (3.1)-(3.2), com  $T \rightarrow \infty$ . Conforme mencionado na Seção 3.2, sua solução é dada por  $\mathbf{u} = -\mathbf{K}^* \mathbf{x}$ ,  $\mathbf{K}^* = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}^*$ , sendo  $\mathbf{P}^*$  a solução positiva definida da equação algébrica de Riccati. Além do mais o mínimo é  $J(\mathbf{K}^*) = \frac{1}{2} \mathbf{x}_0^T \mathbf{P}^* \mathbf{x}_0$  [35] e

$$\sigma(\mathbf{A} - \mathbf{BK}^*) \subset \mathcal{C}^- \quad (3.32)$$

onde  $\sigma(\cdot)$  denota o espectro de  $(\cdot)$  e  $\mathcal{C}^-$  denota o conjunto de números complexos com parte real negativa.

Por outro lado, para um dado  $\mathbf{K}$  tal que  $\mathbf{u} = -\mathbf{K}\mathbf{x}$ , para que o sistema em malha fechada seja assintoticamente estável, a função objetivo pode ser avaliada como sendo  $J(\mathbf{K})$ . Um problema de controle ótimo com restrições estruturais pode então ser formulado como

$$\begin{aligned} \text{Min } J(\mathbf{K}) \\ \mathbf{K} \in \mathcal{S} \end{aligned} \quad (3.33)$$

Infelizmente, com a restrição  $\mathbf{K} \in \mathcal{S}$ , pode-se afirmar que geralmente  $\mathbf{K}^*$ , obtido conforme visto na Seção 3.2, não resolve (3.33). Uma generalização da equação de Riccati é então necessária para contemplar este problema.

**TEOREMA 3.1:** Seja  $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{m \times n}$  tal que

$$\mathbf{K} + \mathbf{L} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} \quad (3.34)$$

onde  $\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{m \times n}$  é uma matriz arbitrária e  $\mathbf{P}$  é uma matriz simétrica, positiva-definida é a solução da seguinte equação de Riccati generalizada:

$$\mathbf{A}^T\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A} - \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} + \mathbf{Q} + \mathbf{L}^T\mathbf{R}\mathbf{L} = \mathbf{0}. \quad (3.35)$$

Então  $\sigma(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}) \subset \mathcal{C}^-$ .

Demonstração: A demonstração deste teorema encontra-se em [35]  $\square$

Observe que no teorema anterior, a matriz  $\mathbf{L}$  é arbitrária. Desta forma, dado  $\mathbf{L}$  qualquer, a equação (3.35) é resolvida, permitindo assim que o ganho de realimentação  $\mathbf{K}$  seja calculado através de (3.34). O teorema afirma que tal matriz de realimentação proporciona um sistema assintoticamente estável em malha fechada (esta propriedade permanece válida para qualquer escolha de  $\mathbf{L}$ ). Como consequência, o valor de  $J(\mathbf{K})$  pode ser calculado através do seguinte resultado:

**TEOREMA 3.2:** Suponha que  $\mathbf{K}$  satisfaz a hipótese do Teorema 3.1. Então

$$J(\mathbf{K}) = \frac{1}{2} \mathbf{x}_o^T \mathbf{P} \mathbf{x}_o \geq \frac{1}{2} \mathbf{x}_o^T \mathbf{P}^* \mathbf{x}_o = J(\mathbf{K}^*) \quad (3.36)$$

$$\forall \mathbf{L} \in \mathbb{R}^{m \times n}.$$

Demonstração: A prova deste teorema encontra-se em [35]  $\square$

Os dois teoremas anteriores permitem concluir que o PRLQ foi parametrizado em  $\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ . Esta matriz pode ser escolhida a fim de se obter um ganho viável  $\mathbf{K} \in \mathcal{S}$ . A escolha de  $\mathbf{L}$  deve ser feita considerando que  $\mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} - \mathbf{L} \in \mathcal{S}$  e  $J(\mathbf{K})$  está o mais próximo possível de  $J(\mathbf{K}^*)$ .

Uma vez que, pelo Teorema 3.2,  $J(\mathbf{K}) \geq J(\mathbf{K}^*)$  e  $J(\mathbf{K}^*)$  está associado a  $\mathbf{L} = \mathbf{0}$ , então um critério para se determinar o menor desvio de  $J(\mathbf{K})$  em relação a  $J(\mathbf{K}^*)$  é minimizar a distância de  $\mathbf{L}$  em relação à origem. Isto possibilita enunciar o problema de otimização [35]:

$$\text{Min} \left\{ \|\mathbf{L}\|_e^2 \quad t.q. \quad (\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} - \mathbf{L}) \in \mathcal{S} \right\} \quad (3.37)$$

onde  $\|\cdot\|_e$  é a norma euclidiana de  $(\cdot)$ .

Felizmente, este problema admite uma solução analítica para as restrições estruturais a serem tratadas neste trabalho (realimentação de somente algumas saídas). Deve-se mencionar que uma condição necessária e suficiente para estabilizabilidade do problema de realimentação de saída pode ser encontrada em [43].

A solução ótima do problema de otimização acima é [35]

$$\mathbf{L} = \mathbf{F}(\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P})$$

que, para o caso de realimentação de saída, corresponde ao lado esquerdo da equação (3.12); para realimentação de estados locais corresponde ao lado esquerdo da equação

(3.17); e para realimentação descentralizada das saídas corresponde ao lado esquerdo da equação (3.31). Se em (3.12)  $\mathbf{C} = \mathbf{I}$ , caso em que todos estados são realimentados (Controle ótimo global (COG)), a matriz  $\mathbf{L}$  é nula e  $\mathbf{K} = \mathbf{K}^*$ .

Um algoritmo geral para resolução do PRLQ com restrições estruturais é formulado como [35]:

### ALGORITMO 3.1

- (i) faça  $\ell = 0$  e  $\mathbf{P}_0 = \mathbf{P}^*$ ;
- (ii) determine  $\mathbf{L}_{\ell+1} = \mathbf{F}(\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}_\ell)$ ;
- (iii) defina  $\mathbf{Q}_{\ell+1} = \mathbf{Q} + \mathbf{L}_{\ell+1}^T \mathbf{R} \mathbf{L}_{\ell+1}$  e resolva a seguinte equação de Riccati generalizada

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P}_{\ell+1} + \mathbf{P}_{\ell+1} \mathbf{A} - \mathbf{P}_{\ell+1} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}_{\ell+1} + \mathbf{Q}_{\ell+1} = \mathbf{0}$$

- (iv) se  $\varrho \leq \epsilon$  para  $\epsilon > 0$  suficientemente pequeno, ir para o passo (v); senão incrementar  $\ell$  e retornar ao passo (ii), sendo os possíveis valores de  $\varrho$  usados no critério de convergência, dados por:

$$\varrho = \frac{\|\mathbf{P}_{\ell+1} - \mathbf{P}_\ell\|}{\|\mathbf{P}_\ell\|}, \quad \text{ou} \quad (3.38)$$

$$\varrho = \frac{\|\mathbf{L}_{\ell+1} - \mathbf{L}_\ell\|}{\|\mathbf{L}_\ell\|}, \quad \text{ou} \quad (3.39)$$

$$\varrho = \frac{J(\mathbf{K}_{\ell+1}) - J(\mathbf{K}_\ell)}{J(\mathbf{K}_\ell)}. \quad (3.40)$$

- (v) determinar o ganho de realimentação  $\mathbf{K} \in \mathcal{S}$  por meio de

$$\mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}_\ell - \mathbf{L}_{\ell+1}$$

**DEFINIÇÃO 3.1** [35]: Define-se o grau de subotimalidade  $\gamma$  como o índice

$$\gamma_o = \frac{J(\mathbf{K}) - J(\mathbf{K}^*)}{J(\mathbf{K}^*)}.$$

O índice  $\gamma_o$  mostra o quanto a função objetivo é desviada em relação ao seu valor ótimo global quando determinadas restrições estruturais são atendidas. É lógico que  $J(\mathbf{K}) \geq J(\mathbf{K}^*)$  é um preço que se paga em troca do atendimento das restrições estruturais.

É razoável a suposição de que o vetor de condições iniciais seja uma variável aleatória, de média zero e covariância igual a matriz identidade, de modo que pode-se fazer [63]:

$$J(\mathbf{K}) \approx \frac{1}{2} Tr(\mathbf{P})$$

onde  $Tr(.)$  representa o traço da matriz  $(.)$ .

Neste caso, a terceira definição de  $\rho$  no algoritmo anterior pode ser reescrita como

$$\rho = \frac{Tr(\mathbf{P}_{\ell+1}) - Tr(\mathbf{P}_{\ell})}{Tr(\mathbf{P}_{\ell})} \quad (3.41)$$

O algoritmo para determinação dos ganhos com restrições estruturais demanda o maior volume de cálculo no processo de otimização, quando comparado aos cálculos necessários para obtenção dos ganhos em estruturas de controle em que todos estados são acessíveis. Em geral, como  $\mathbf{K} \neq \mathbf{K}^*$ , o algoritmo não apresenta convergência imediata, apesar de sua rápida variação nas primeiras iterações [64, 31]. Tendo em vista tornar o processo de computação do ganho com restrições estruturais eficiente, um bom algoritmo para resolver a equação algébrica de Riccati é necessário. A seguir apresenta-se uma descrição de alguns métodos usados para solucionar esta equação.

### 3.5 Revisão Bibliográfica de Algumas Técnicas de Resolução da Equação de Riccati

Algumas técnicas para resolução da equação algébrica de Riccati são bem conhecidas na literatura. A técnica tradicional é baseada no cálculo de autovetores da matriz hamiltoniana do sistema e foi proposto inicialmente por POTTER [66]. KLEINMAN em [40] propôs um algoritmo iterativo que usa a equação de Lyapunov [37]. Este algoritmo, embora apresente convergência quadrática, necessita de um ganho inicial de partida que estabilize o sistema em malha fechada. Uma variação do método proposto por POTTER, foi apresentada por LAUB [47]. Esta nova técnica apresentada baseia-se em decomposição triangular da matriz Hamiltoniana do sistema na forma de Schur, sendo numericamente mais estável que aquela que usa autovetores. BARRAUD propôs uma técnica baseada na função sinal de uma matriz [9]. Esta técnica é iterativa. A solução requer inversões de matrizes de dimensão da matriz Hamiltoniana que tornam-se cheias a partir da segunda iteração. Este método tem excelentes qualidades de estabilidade numérica se o problema não é mal condicionado. No Apêndice D, apresentam-se algumas técnicas de resolução da equação de Riccati.

Um trabalho com o objetivo de reduzir o tempo de CPU na resolução da equação de Riccati foi proposto recentemente por GARDNER e LAUB [34]. Este trabalho explora recursos de processamento paralelo para implementar o algoritmo da função sinal. Não existe modificação conceitual em relação ao algoritmo proposto por BARRAUD.

Em todas as técnicas citadas, um grande número de operações com matrizes é envolvido, principalmente inversões e/ou cálculo de todos autovalores/autovetores [66, 40, 9] da matriz Hamiltoniana do sistema. Assim um grande inconveniente destas técnicas é a operação com matrizes cheias, o que pode limitar a dimensão do problema a ser resolvido não só em termos de tempo, mas também em termos de memória. Além disso, estas

técnicas dependem de inversões de matrizes, as quais devem ser bem condicionadas, tendo em vista a confiabilidade dos resultados.

Algoritmos baseados na integração numérica da equação (3.5), podem ser usados eficientemente se a dimensão do espaço de entradas  $m$  e a dimensão do espaço das saídas  $p$  forem bem pequenos comparados com a dimensão do espaço de estados [15]. Estes algoritmos, se bem explorados, conduzem a uma significativa economia de tempo de CPU [8, 15]. Neste contexto, uma transformação de (3.5) em equações generalizadas  $\mathbf{X} - \mathbf{Y}$  (equações de Chandrasekhar) [38] proporciona um melhor entendimento do problema. Este tópico será apresentado no próximo capítulo com a finalidade de aplicação a sistemas de potência.

### 3.6 Conclusão

Neste capítulo discute-se o PRLQ para um sistema dinâmico. Observa-se que a introdução de restrições de controle (necessárias na formulação do problema de controle ótimo aplicado a sistemas elétricos de potência) não instabiliza o sistema. O ganho, neste caso, é obtido a partir de uma equação de Riccati modificada. É importante realçar que o ganho com restrições estruturais é determinado em função de uma matriz de parametrização arbitrária. Devido ao elevado tempo de CPU demandado pelo algoritmo que contempla as restrições estruturais, deve-se ter um método confiável e, de preferência, rápido para resolver o problema de controle ótimo, principalmente ao se lidar com sistemas de grande porte.

## Capítulo 4

# Ajuste de Controladores de Sistemas de Potência

### 4.1 Introdução

No capítulo anterior foi discutido o PRLQ com restrições estruturais. Esta abordagem mostrou-se adequada para o projeto global de controladores de sistemas de potência através da resolução de um problema de realimentação de saída [64, 31, 75, 73, 72]. A resolução do problema é feita resolvendo-se uma equação generalizada de Riccati [35]. O sistema de potência neste caso é representado por um modelo de estados e métodos tradicionais são usados para determinar o problema de controle ótimo [66, 9]. Como estes métodos manipulam matrizes densas, elevados tempos de CPU são exigidos para resolução de problemas de grandes dimensões. Não só o tempo de CPU constitui-se em uma limitação, restrições de memória também podem ocorrer. Estas restrições computacionais para sistemas de grande porte motivaram a pesquisa de um método mais eficiente para resolução do problema de controle ótimo e conseqüentemente do projeto de controladores de sistemas de potência.



O objetivo deste capítulo é apresentar uma nova formulação para o problema de controle ótimo aplicada a sistemas de potência. A formulação é voltada para a representação de sistemas de potência via matriz Jacobiana aumentada, conforme discutido no Capítulo II. Esta representação é vantajosa uma vez que ela é altamente esparsa comparada à representação tradicional por espaço de estados. Com a eficiente exploração desta característica, busca-se obter ganhos em termos de tempo de CPU e memória, grandes limitações para os métodos clássicos usados na resolução do problema de controle ótimo aplicado a sistemas de grande porte.

A abordagem para a resolução do problema de controle ótimo é baseado nas equações de Chandrasekhar [15, 38]. A partir de simplificações, introduzem-se modificações sobre o método numérico de solução do problema de controle ótimo com restrições estruturais proposto por GEROMEL [35]. Esta nova metodologia visa calcular os ganhos com restrições estruturais sem a resolução de equações de Riccati.

## 4.2 Equações Generalizadas X-Y (Equações de Chandrasekhar)

Com o propósito de tornar mais compreensível o desenvolvimento analítico, visando justificar a adoção da técnica de cálculo do ganho ótimo descentralizado por meio das equações de Chandrasekhar, e usando a representação do sistema por meio da matriz Jacobiana, descreve-se a seguir a técnica que motivou o trabalho.

Foi visto no Capítulo III que a solução do PRLQ, na sua forma geral, depende fundamentalmente da solução da equação de Riccati (3.5). Entretanto, para a forma como o problema é resolvido pelas técnicas conhecidas, é indiferente o número de entradas. Ou seja, a maneira de se resolver o problema é a mesma, não importando o valor relativo do número de entradas com respeito ao número de estados. É razoável se pensar em um

meio de explorar esta característica na resolução do PRLQ, não observada pelas outras técnicas [66, 40, 47, 9].

Nesta seção, mostra-se que o PRLQ, de fato, possui estruturas adicionais que podem ser investigadas no sentido de simplificar o cálculo do ganho ótimo de realimentação [16, 15, 30]. Esta redução será acompanhada pela substituição da equação (3.5) por um conjunto de equações matriciais não-lineares, designadas como funções “generalizadas X-Y” ou simplesmente equações de Chandrasekhar. Esta terminologia é oriunda da teoria de transporte radioativo na atmosfera [15].

Primeiramente, supõe-se que as matrizes do sistema dinâmico (3.1) sejam constantes, bem como as matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$ , que ponderam os estados e esforços de controle respectivamente. Sob estas hipóteses, pode-se enunciar o seguinte teorema, de grande valia para os resultados posteriores [15]:

**TEOREMA 3.1:** Considere que as seguintes condições sejam satisfeitas:

$$(i) \text{ posto } (\mathbf{Q}) = p;$$

$$(ii) \text{ posto } (\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T) = m$$

e, como resultado, tem-se que é possível a fatoração  $\mathbf{Q} = \mathbf{M}^T\mathbf{M}$ , onde  $\mathbf{M}$  é uma matriz  $p \times n$ . Então a solução da equação matricial de Riccati (3.5) tem a representação

$$-\mathbf{P}(t)\mathbf{A} - \mathbf{A}^T\mathbf{P}(t) = \mathbf{S}^T(t)\mathbf{S}(t) - \mathbf{W}^T(t)\mathbf{W}(t) + \mathbf{Q}, \quad (4.1)$$

onde  $\mathbf{S}(t)$  e  $\mathbf{W}(t)$  satisfazem as equações:

$$\dot{\mathbf{S}}(t) = -\mathbf{S}(t)[\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-\frac{1}{2}}\mathbf{W}]; \quad \mathbf{S}(T) = \mathbf{M} \quad (4.2)$$

$$\dot{\mathbf{W}}(t) = -\mathbf{R}^{-\frac{1}{2}}\mathbf{B}^T\mathbf{S}^T(t)\mathbf{S}(t); \quad \mathbf{W}(T) = \mathbf{0}. \quad (4.3)$$

Além do mais, a lei  $\mathbf{K}(t) = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}(t)$  de realimentação ótima é expressa através de  $\mathbf{W}(t)$  como

$$\mathbf{K}(t) = \mathbf{R}^{-\frac{1}{2}}\mathbf{W}(t), \quad (4.4)$$

e

$$\dot{\mathbf{P}}(t) = -\mathbf{S}^T(t)\mathbf{S}(t). \quad (4.5)$$

Demonstração: pode-se reescrever a equação de Riccati (3.5) como:

$$\dot{\mathbf{P}}(t) = -\mathbf{Q} - \mathbf{P}(t)\mathbf{A} - \mathbf{A}^T\mathbf{P}(t) + \mathbf{P}(t)\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}(t), \quad \mathbf{P}(T) = \mathbf{0}$$

Diferenciando a equação acima em relação a  $t$ , encontra-se a seguinte equação matricial homogênea:

$$\ddot{\mathbf{P}}(t) = -\dot{\mathbf{P}}(t)[\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}(t)] - [\mathbf{A}^T - \mathbf{P}(t)\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T]\dot{\mathbf{P}}(t) \quad (4.6)$$

com a condição de contorno

$$\dot{\mathbf{P}}(T) = -\mathbf{Q}.$$

Seja  $\mathbf{U}(t)$  a solução da equação matricial

$$\dot{\mathbf{U}}(t) = -[\mathbf{A}^T - \mathbf{P}(t)\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T]\mathbf{U}(t); \quad \mathbf{U}(T) = \mathbf{I}. \quad (4.7)$$

Então é fácil verificar que

$$\dot{\mathbf{P}}(t) = -\mathbf{U}(t)\mathbf{Q}\mathbf{U}^T(t), \quad (4.8)$$

o qual, pela hipótese (i) do posto de  $\mathbf{Q}$ , fornece

$$\dot{\mathbf{P}}(t) = -\mathbf{U}(t)\mathbf{M}^T\mathbf{M}\mathbf{U}^T(t), \quad \forall t \leq T. \quad (4.9)$$

Usando-se as definições

$$\mathbf{S}(t) = \mathbf{M}\mathbf{U}^T(t); \quad \mathbf{S} \in \Re^{p \times n} \quad (4.10)$$

$$\mathbf{W}(t) = \mathbf{R}^{-\frac{1}{2}}\mathbf{B}^T\mathbf{P}(t), \quad (4.11)$$

chega-se às equações (4.2) - (4.3) e conseqüentemente ao ganho  $\mathbf{K}(t)$   $\square$

Este teorema mostra que o sistema de equações (4.2) - (4.3) é constituído por  $n(p+m)$  equações diferenciais, o qual é um número menor do que aquele representado pela equação

de Riccati (3.5), determinada pela técnica de integração direta (vide Apêndice D) se  $(p + m) < \frac{(n+1)}{2}$ .

A relação (4.5) pode ser usada para o cálculo da matriz  $\mathbf{P}(t)$  em qualquer ponto  $t$  por meio de

$$\mathbf{P}(t) = \int_t^T \mathbf{S}^T(\xi) \mathbf{S}(\xi) d\xi \quad (4.12)$$

Deseja-se todavia, resolver o problema de otimização

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty [\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}] dt \quad (4.13)$$

definido para todas leis de controle contínuas por partes  $\mathbf{u}(t)$ ,  $-\infty \leq t \leq T$ , onde  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{u}$  estão relacionados com o sistema dinâmico (3.1).

Procedendo formalmente, deve-se considerar a equação (4.13) como o caso limite em que  $T \rightarrow \infty$  e  $t$  é modificado para  $t \rightarrow T - t$  a fim de ter os valores limites em  $+\infty$  em vez de  $-\infty$  [15]. Se este é o caso, então é razoável supor que a função objetivo e a lei de controle ótimo são dadas por:

$$J^* = \mathbf{x}_o^T \mathbf{P}^* \mathbf{x}_o; \quad \mathbf{u}^*(t) = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}^* \mathbf{x}(t), \quad (4.14)$$

onde

$$\mathbf{P}^* = \lim_{T \rightarrow \infty} \mathbf{P}(t)$$

é a solução limite da equação de Riccati (3.5) [44].

Uma vez que o sistema dinâmico é invariante no tempo, se  $\mathbf{P}(t_o, \mathbf{P}_o, T)$  denota a solução iniciando no tempo  $t_o$ , com condição inicial  $\mathbf{P}_o$ , para um processo terminado no tempo  $T$ , então claramente se tem:

$$\mathbf{P}(t_o, \mathbf{P}_o, T) = \mathbf{P}(0, \mathbf{P}_o, T - t_o).$$

Portanto não faz nenhuma diferença ao se considerar  $t \rightarrow -\infty$  e o semi-eixo  $-\infty \leq t \leq T$  ou  $T \rightarrow \infty$  e o semi-eixo  $t_o \leq t \leq \infty$ . O primeiro argumento é conveniente do

ponto de vista computacional, enquanto o último reflete fisicamente o tempo de evolução do sistema [15].

As equações (4.2)-(4.3) têm a mesma forma das equações de Chandrasekhar [15, 8] usadas na teoria de transporte radioativo na atmosfera. Por essa abordagem, o ganho ótimo pode ser obtido em cada instante resolvendo-se o sistema de equações diferenciais não-lineares ( $-\infty \leq t \leq 0$ ):

$$\dot{\mathbf{S}}(t) = -\mathbf{S}(t)[\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}]; \quad \mathbf{S}(0) = \mathbf{M} \quad (4.15)$$

$$\dot{\mathbf{K}}(t) = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{S}^T(t)\mathbf{S}(t); \quad \mathbf{K}(0) = \mathbf{0}. \quad (4.16)$$

O valor de regime estacionário do ganho é computado efetuando-se a operação de limite:

$$\mathbf{K}^* = \lim_{t \rightarrow -\infty} \mathbf{K}(t). \quad (4.17)$$

#### 4.2.1 Determinação do Ganho Ótimo Via Equações de Chandrasekhar

A determinação do ganho  $\mathbf{K}(t)$  através das equações (4.15)-(4.16) não é feita analiticamente devido à complexidade deste sistema de equações. Usam-se então técnicas numéricas para determiná-lo. Neste sentido, BANKS e ITO propuseram um algoritmo híbrido para resolver o problema [8]. O primeiro passo no método envolve a integração numérica das equações mencionadas, retroativamente no tempo, em um intervalo apropriado  $[-t_f, 0]$ . O segundo passo consiste em refinar a solução  $\mathbf{K}(-t_f)$  obtida, através do método de Newton - Kleinman [40], usando  $\mathbf{K}(-t_f)$  como valor inicial. O segundo passo é necessário, ao desejar-se uma solução muito acurada do ganho.

Resultados obtidos com a técnica proposta por BANKS e ITO para sistemas de potência mostraram-se favoráveis [30]. Entretanto o refinamento da solução proposto

mostrou-se desnecessário, uma vez que não houve grandes benefícios em termos dos resultados.

#### 4.2.1.1 Integração Numérica

Algumas considerações podem ser feitas em relação ao sistema de equações (4.15)-(4.16):

- o ganho  $\mathbf{K}(t)$  pode ter uma convergência muito lenta quando os autovalores de  $(\mathbf{A} - \mathbf{BK})$  estão muito próximos ao eixo imaginário;
- a equação (4.15) é linear em  $\mathbf{S}$ ;
- a equação (4.16) não contém termos em  $\mathbf{K}$  explicitamente no lado direito.

Diante destas observações, BANKS e ITO sugeriram em [8] um método implícito de integração numérica de segunda ordem do tipo Adams - Moulton [12] (método trapezoidal) para resolver a equação (4.15) e um método de integração explícito do tipo Adams - Bashforth de segunda ordem para resolver a equação (4.16)[12]. Estes métodos são bastante estáveis numericamente comparados aos métodos explícitos do tipo Runge-Kutta e implícito do tipo Euler [12, 76]. O método implícito trapezoidal de segunda ordem, pertencente à família dos métodos multipassos do tipo Adams-Moulton, foi escolhido devido à sua alta estabilidade em relação aos outros métodos implícitos [24, 76]. Este método também é usado em aplicativos computacionais de simulação temporal, principalmente em estabilidade transitória de sistemas de potência [76].

As considerações anteriores sugerem o seguinte procedimento para resolução das equações (4.15)-(4.16): dado um passo de integração  $h > 0$ , aproximações de  $\mathbf{K}_i$  e  $\mathbf{S}_i$  para  $\mathbf{K}(-ih)$  e  $\mathbf{S}(-ih)$  respectivamente, são geradas a partir de [8]

$$\mathbf{K}_{i+1}^{(o)} = \mathbf{K}_i + \frac{h}{2} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T (3\mathbf{S}_i^T \mathbf{S}_i - \mathbf{S}_{i-1}^T \mathbf{S}_{i-1}) \quad (4.18)$$

$$\mathbf{K}_{i+\frac{1}{2}}^{(o)} = \frac{1}{2} (\mathbf{K}_{i+1}^{(o)} + \mathbf{K}_i) \quad (4.19)$$

$$\mathbf{S}_{i+1} = \mathbf{S}_i + \frac{h}{2}(\mathbf{S}_{i+1} + \mathbf{S}_i)(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}_{i+\frac{1}{2}}^{(o)}) \quad (4.20)$$

$$\mathbf{K}_{i+1} = \mathbf{K}_i + \frac{h}{2}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T(\mathbf{S}_{i+1}^T\mathbf{S}_{i+1} - \mathbf{S}_i^T\mathbf{S}_i) \quad (4.21)$$

com condições iniciais

$$\mathbf{K}_0 = \mathbf{0}; \quad \mathbf{S}_0 = \mathbf{S}_{-1} = \mathbf{M}$$

Algumas observações podem ser úteis a este ponto:

1. o grau de rigidez (“stiffness”) da matriz de estado  $\mathbf{A}$  dita as regras para escolha do passo  $h$ ;
2. a diferença entre o valor corrigido  $\mathbf{K}_{i+1}$  e o valor obtido por previsão  $\mathbf{K}_{i+1}^{(o)}$  satisfaz

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{i+1} - \mathbf{K}_{i+1}^{(o)} &= \frac{h}{2}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T(\mathbf{S}_{i+1}^T\mathbf{S}_{i+1} - 2\mathbf{S}_i^T\mathbf{S}_i + \mathbf{S}_{i-1}^T\mathbf{S}_{i-1}) \approx \\ &\approx \frac{h}{2}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T \frac{d^2}{dt^2}(\mathbf{S}^T\mathbf{S}) \end{aligned}$$

cujas informações podem ser usadas para refinamento do tamanho do passo  $h$  [22],[34].

#### 4.2.1.2 Equações do Método de BANKS e ITO

Pode-se colocar  $\mathbf{S}_{i+1}$  na seguinte forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{i+1} &= \mathbf{S}_i + \frac{h}{2}(\mathbf{S}_{i+1} + \mathbf{S}_i)(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}_{i+\frac{1}{2}}^{(o)}) = \\ &= \mathbf{S}_i(\mathbf{I} + \frac{h}{2}\mathbf{A}_i)(\mathbf{I} - \frac{h}{2}\mathbf{A}_i)^{-1} = 2\mathbf{S}_i(\mathbf{I} - \frac{h}{2}\mathbf{A}_i)^{-1} - \mathbf{S}_i \end{aligned} \quad (4.22)$$

com

$$\mathbf{A}_i = \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}_{i+\frac{1}{2}}^{(o)}.$$

Definindo-se

$$\mathbf{Z} \triangleq \mathbf{I} - \frac{h}{2}\mathbf{A} \quad (4.23)$$

tem-se

$$\mathbf{I} - \frac{h}{2}\mathbf{A}_i = (\mathbf{I} - \frac{h}{2}\mathbf{A}) + \frac{h}{2}\mathbf{B}\mathbf{K}_{i+\frac{1}{2}}^{(o)} = \mathbf{Z} + \frac{h}{2}\mathbf{B}\mathbf{K}_{i+\frac{1}{2}}^{(o)} \quad (4.24)$$

com  $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times m}$  e  $\mathbf{K}_{i+\frac{1}{2}}^{(o)} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ .

A fórmula de Sherman - Morrison - Woodbury (Lema da Matriz Inversa) permite inverter uma matriz, na qual foram alterados poucos elementos em relação à matriz original [67]. Ou seja:

$$(\mathbf{Z} + \mathbf{U}\mathbf{V}^T)^{-1} = \mathbf{Z}^{-1} - \mathbf{Z}^{-1}\mathbf{U}(\mathbf{I} + \mathbf{V}^T\mathbf{Z}^{-1}\mathbf{U})^{-1}\mathbf{V}^T\mathbf{Z}^{-1}$$

onde  $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{n \times m}$  e  $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ .

Pode-se fazer então  $\mathbf{U} = \frac{h}{2}\mathbf{B}$  e  $\mathbf{V}^T = \mathbf{K}_{i+\frac{1}{2}}^{(o)}$  em (4.22).

Assim

$$\begin{aligned} (\mathbf{I} - \frac{h}{2}\mathbf{A}_i)^{-1} &= (\mathbf{Z} + \frac{h}{2}\mathbf{B}\mathbf{K}_{i+\frac{1}{2}}^{(o)})^{-1} = \\ &\mathbf{Z}^{-1} - \frac{h}{2}\mathbf{Z}^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{I} + \frac{h}{2}\mathbf{K}_{i+\frac{1}{2}}^{(o)}\mathbf{Z}^{-1}\mathbf{B})^{-1}\mathbf{K}_{i+\frac{1}{2}}^{(o)}\mathbf{Z}^{-1} \end{aligned} \quad (4.25)$$

onde  $(\mathbf{I} + \frac{h}{2}\mathbf{K}_{i+\frac{1}{2}}^{(o)}\mathbf{Z}^{-1}\mathbf{B}) \in \mathbb{R}^{m \times m}$ .

Observe que a dimensão da matriz a ser invertida na expressão (4.25), a cada passo, tem ordem  $m$  (número de entradas) que, em geral, é bem menor que  $n$  (número de estados). A matriz  $\mathbf{Z}$  é fixa, sendo alterada apenas se o passo  $h$  for modificado durante o processo de integração numérica.

A matriz  $\mathbf{S}_{i+1}$  da expressão (4.22) pode ser posta então na forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{i+1} &= 2\mathbf{S}_i[\mathbf{Z}^{-1} - \frac{h}{2}\mathbf{Z}^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{I} + \frac{h}{2}\mathbf{K}_{i+\frac{1}{2}}^{(o)}\mathbf{Z}^{-1}\mathbf{B})^{-1}\mathbf{K}_{i+\frac{1}{2}}^{(o)}\mathbf{Z}^{-1}] - \mathbf{S}_i = \\ &= 2\mathbf{S}_i\mathbf{Z}^{-1} - h\mathbf{S}_i\mathbf{Z}^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{I} + \frac{h}{2}\mathbf{K}_{i+\frac{1}{2}}^{(o)}\mathbf{Z}^{-1}\mathbf{B})^{-1}\mathbf{K}_{i+\frac{1}{2}}^{(o)}\mathbf{Z}^{-1} - \mathbf{S}_i. \end{aligned} \quad (4.26)$$

Multiplicando as expressões (4.18), (4.19) e (4.21) por  $\mathbf{Z}^{-1}$  pela direita em ambos os lados e rearranjando as expressões, encontra-se:

$$\mathbf{K}_{i+\frac{1}{2}}^{(o)}\mathbf{Z}^{-1} = \mathbf{K}_i\mathbf{Z}^{-1} + \frac{h}{4}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T(3\mathbf{S}_i^T\mathbf{S}_i\mathbf{Z}^{-1} - \mathbf{S}_{i-1}^T\mathbf{S}_{i-1}\mathbf{Z}^{-1}) \quad (4.27)$$

$$\mathbf{K}_{i+1}\mathbf{Z}^{-1} = \mathbf{K}_i\mathbf{Z}^{-1} + \frac{h}{2}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T(\mathbf{S}_{i+1}^T\mathbf{S}_{i+1}\mathbf{Z}^{-1} + \mathbf{S}_i^T\mathbf{S}_i\mathbf{Z}^{-1}) \quad (4.28)$$



A seguir apresenta-se um método numérico para resolução do ganho ótimo a partir das três últimas equações.

## 4.3 Nova Abordagem para Cálculo do Ganho Explorando Esparsidade

### 4.3.1 Modificação do Algoritmo de BANKS e ITO

Será usada na determinação da solução do PRLQ, para efeito de cálculo, a variável proporcional ao ganho  $\mathbf{W} \triangleq \mathbf{R}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{K}$  obtida a partir da equação (4.4). A variável assim definida é mais adequada para ser empregada no algoritmo que calcula o ganho ótimo com restrições estruturais, como será visto adiante. Em vista dessa observação, apresentam-se as equações (4.26) a (4.28) de uma outra forma mostrada abaixo, tendo em vista a determinação de  $\mathbf{W}$  em regime permanente.

$$\mathbf{W}_{i+\frac{1}{2}}^{(o)} \mathbf{Z}^{-1} = \mathbf{W}_i \mathbf{Z}^{-1} + \frac{h}{4} \mathbf{R}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{B}^T (3\mathbf{S}_i^T \mathbf{S}_i \mathbf{Z}^{-1} - \mathbf{S}_{i-1}^T \mathbf{S}_{i-1} \mathbf{Z}^{-1}) \quad (4.29)$$

$$\mathbf{S}_{i+1} = \mathbf{S}_i \mathbf{Z}^{-1} [2\mathbf{I} - h\mathbf{B}(\mathbf{I} + \frac{h}{2} \mathbf{R}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{W}_{i+\frac{1}{2}}^{(o)} \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{R}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{W}_{i+\frac{1}{2}}^{(o)} \mathbf{Z}^{-1}] - \mathbf{S}_i. \quad (4.30)$$

$$\mathbf{W}_{i+1} \mathbf{Z}^{-1} = \mathbf{W}_i \mathbf{Z}^{-1} + \frac{h}{2} \mathbf{R}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{B}^T (\mathbf{S}_{i+1}^T \mathbf{S}_{i+1} \mathbf{Z}^{-1} + \mathbf{S}_i^T \mathbf{S}_i \mathbf{Z}^{-1}) \quad (4.31)$$

O conjunto de equações (4.29)-(4.31) é resolvido até que a diferença  $\| \mathbf{W}_{i+1} \mathbf{Z}^{-1} - \mathbf{W}_i \mathbf{Z}^{-1} \|$  torne-se pequena. Portanto um critério relativo de parada pode ser definido como  $\varrho \triangleq \frac{\| \mathbf{W}_{i+1} \mathbf{Z}^{-1} - \mathbf{W}_i \mathbf{Z}^{-1} \|}{\| \mathbf{W}_{i+1} \mathbf{Z}^{-1} \|}$ . Este parâmetro serve como uma forma de avaliação do ganho aproximado calculado em regime [66, 9].

#### 4.3.1.1 Influência do Passo de Integração

No processo de integração numérica das equações de Chandrasekhar os passos  $h$  devem ser inferiores ou da ordem da menor constante de tempo do sistema para que no processo

de integração as dinâmicas mais rápidas sejam consideradas adequadamente. Entretanto se o sistema apresenta constantes de tempo muito lentas e muito rápidas (sistemas “stiff” ou relação elevada entre o módulo do maior e do menor autovalor) [76, 12], um passo de integração muito pequeno e fixo requer um volume computacional considerável até atingir a solução de regime estacionário. Introduce-se, então, a idéia de passo variável [12] cuja função é evitar cálculos efetuados com passo fixo, de pouca contribuição para precisão da solução final. Os métodos que usam passo variável consideram que há adaptação do próprio passo a cada amostra, em função do erro calculado em relação a amostras passadas. Do ponto de vista do sistema de equações (4.29)-(4.31), esta filosofia não é vantajosa porque envolve a modificação da matriz  $\mathbf{Z}$  a cada passo. Esta modificação implica em inversão ou refatoração de matrizes, o que é inconveniente em se tratando de sistemas de grandes dimensões. Em função desta observação, procura-se contornar o problema, propondo-se uma espécie de *variação de passo não-adaptativa*, que ocorre em intervalos definidos e bem distintos.

Passos pequenos (da ordem de uma fração da menor constante de tempo do sistema) devem ser usados no início do processo de integração, para levar em conta os efeitos de transitórios iniciais dos sinais. Em amostras seguintes podem ser relaxados. Contudo, passos da mesma ordem da menor constante de tempo ainda podem propiciar bons resultados devido às qualidades favoráveis de estabilidade dos métodos de integração usados.

Ao se alterar o passo durante a integração, modificam-se as condições de contorno do problema. É necessário, então, conciliar os resultados para um mesmo tipo de passo. Este procedimento obviamente consiste na realização de cálculos adicionais. Entretanto, se existem poucas alterações até o tempo final da integração, a variação do passo pode ser benéfica computacionalmente, pois possibilita a simulação com menos amostras. Esta é uma das razões pelas quais optou-se por este tipo de variação de passo neste trabalho.

Considere, por exemplo, a situação em que o passo  $h$  dobra a cada alteração, permanecendo constante por um período de tempo que será definido aqui como janela de tempo (cada janela é constituída por um número finito de amostras). É possível mostrar que nessa situação as novas condições iniciais para o novo horizonte de integração podem ser obtidas sem grandes cálculos adicionais, fazendo-se uso de valores passados. A Figura 4.1 ilustra esta situação, onde as janelas inicial e intermediária apresentam um número finito de amostras. A janela final não tem um número de amostras fixado, pois este número é controlado pela precisão para obtenção do ganho em regime.

Na Figura 4.1, o cálculo da amostra 1 é feito em função das condições iniciais, considerando o passo  $h$  inicial. Este procedimento é repetido da mesma forma até a amostra  $i$  correspondente ao tempo  $t_i$ , instante em que termina a janela inicial de integração e quando o passo é alterado para  $2h$ . No cálculo da amostra  $i + 1$ , com novo passo, precisa-se recalculá-la a partir do resultado  $\mathbf{W}_i \mathbf{Z}^{-1}$  que foi obtido ainda com o passo antigo. Em seguida, recalcula-se  $\mathbf{W}_i \mathbf{Z}^{-1}$ , agora considerando o novo valor de  $\mathbf{Z}$  em razão do novo passo. O termo  $\mathbf{S}_{i-2}$  que fora calculado com o passo antigo pode ser usado diretamente como termo  $\mathbf{S}_{i-1}$  para a nova janela de tempo, devido ao fato de se ter dobrado  $h$ .

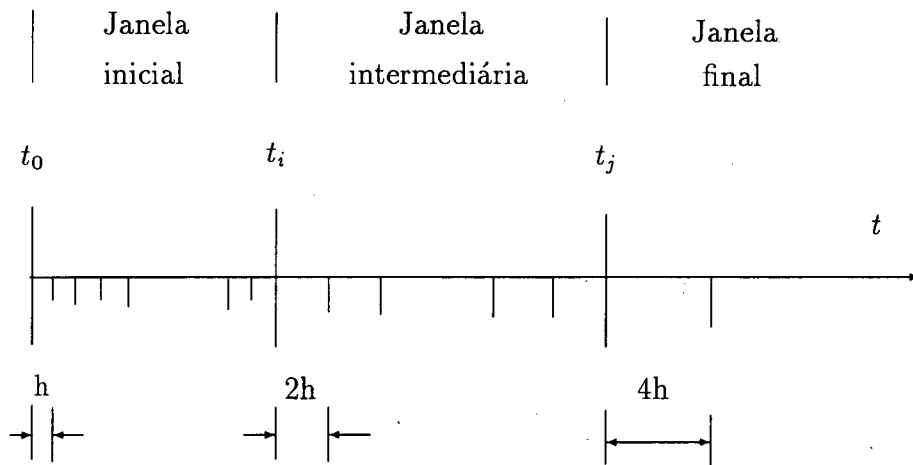


Figura 4.1: Esquema ilustrativo do processo de variação do passo de integração

Observa-se no conjunto de equações (4.29)-(4.31) que alguns resultados podem ser

armazenados em memória para serem re-utilizados pelo menos na amostra seguinte. Este procedimento é bastante vantajoso e viável se o número de linhas da matriz  $\mathbf{S}$  é muito menor que  $n$ .

### 4.3.2 Solução com Esparsidade

O sistema de equações (4.29)-(4.31) pode ser resolvido explorando explícita e implicitamente a esparsidade das matrizes envolvidas. A esparsidade explícita é encontrada nas matrizes  $\mathbf{R}$  e  $\mathbf{B}$ . Ambas apresentam apenas um elemento não-nulo por coluna (supõe-se que  $\mathbf{R}$  seja diagonal). O próprio produto  $\frac{h}{4}\mathbf{R}^{-\frac{1}{2}}\mathbf{B}^T$  pode ser efetuado uma vez e armazenado em um vetor da dimensão do espaço de controle  $m$ . Este vetor só é alterado quando ocorre variação de  $h$ . No caso particular em que ocorre duplicação do passo de integração, basta realizar uma soma simples e armazenar o resultado no próprio vetor. Estas características altamente esparsas de  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{R}$  requerem o cálculo de apenas algumas linhas dos produtos:  $\mathbf{S}_{i+1}^T\mathbf{S}_{i+1}\mathbf{Z}^{-1}$ ,  $\mathbf{S}_i^T\mathbf{S}_i\mathbf{Z}^{-1}$  e  $\mathbf{S}_{i-1}^T\mathbf{S}_{i-1}\mathbf{Z}^{-1}$  nas equações (4.29) e (4.31). Estes termos, se fossem armazenados diretamente, ocupariam elevada quantidade de memória. Além disso, cálculos adicionais seriam realizados, aumentando desnecessariamente o tempo de computação. Na equação (4.30) também pode-se explorar diretamente a esparsidade de  $\mathbf{B}$ , uma vez que esta matriz aparece em dois produtos distintos.

A esparsidade implícita está relacionada com os produtos  $\mathbf{S}_{i-1}\mathbf{Z}^{-1}$ ,  $\mathbf{S}_i\mathbf{Z}^{-1}$ ,  $\mathbf{S}_{i+1}\mathbf{Z}^{-1}$ ,  $\mathbf{W}_i\mathbf{Z}^{-1}$ . Este tipo de esparsidade deve-se ao fato de  $\mathbf{Z}^{-1}$  ser uma matriz cheia. Porém, através de manipulações algébricas é possível explorar a esparsidade de  $\mathbf{Z}$ .

Os produtos mencionados são resolvidos como um sistema de equações lineares esparso. Na realidade, após a segunda amostra de cada janela de tempo, é necessário efetuar apenas o penúltimo produto, pois os demais podem ser obtidos da amostra anterior a partir de variáveis devidamente armazenadas em memória. Pode-se dizer que o maior volume de

cálculo, em cada instante, concentra-se na resolução do sistema linear  $\mathbf{S}_{i+1}\mathbf{Z}^{-1}$ . Mostrar-se-á a seguir como resolver esse sistema linear para aplicações em sistemas de potências e outros tipos de sistemas dinâmicos com representação através de sistemas descritores.

### 4.3.3 Solução Esparsa do Produto $\mathbf{SZ}^{-1}$

Demonstra-se em diversas aplicações, principalmente na determinação de autovalores dominantes em sistemas de potência de grande porte [53, 52, 83], que a representação para o sistema via matriz Jacobiana é bastante esparsa. Seria interessante, então, empregar uma abordagem que usasse este tipo de representação na resolução dos produtos do tipo  $\mathbf{S}_{i+1}\mathbf{Z}^{-1}$ , da mesma forma como é feito na determinação de autovalores. Entretanto, devido ao fato da matriz  $\mathbf{Z}$  ser função da matriz de estado, algumas transformações não óbvias são necessárias para exprimir o produto mencionado em função de um sistema linear cuja representação da rede seja feita através da matriz Jacobiana.

Seja  $\mathbf{V}^T \in \mathbb{R}^{p \times n}$ , o resultado do produto  $\mathbf{SZ}^{-1}$ , e  $p = \text{posto}(\mathbf{Q})$ . Este resultado pode ser obtido resolvendo-se o sistema de equações lineares

$$\mathbf{V}^T \mathbf{Z} = \mathbf{S} \quad (4.32)$$

onde

$$\mathbf{Z} = \mathbf{I} - \frac{h}{2}\mathbf{A} = \mathbf{I} - \frac{h}{2}\mathbf{J}_A + \frac{h}{2}\mathbf{J}_B\mathbf{J}_D^{-1}\mathbf{J}_C,$$

com  $\mathbf{Z} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  e  $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{p \times n}$ .

Pode-se expressar (4.32) como

$$\mathbf{S}^T = \mathbf{Z}^T \mathbf{V} = (\mathbf{I} - \frac{h}{2}\mathbf{J}_A + \frac{h}{2}\mathbf{J}_B\mathbf{J}_D^{-1}\mathbf{J}_C)^T \mathbf{V} \quad (4.33)$$

ou ainda

$$\mathbf{S}^T = (\mathbf{I} - \frac{h}{2}\mathbf{J}_A)^T \mathbf{V} + \frac{h}{2}\mathbf{J}_C^T(\mathbf{J}_D^{-1})^T \mathbf{J}_B^T \mathbf{V} = (\mathbf{I} - \frac{h}{2}\mathbf{J}_A)^T \mathbf{V} - \frac{h}{2}\mathbf{J}_C^T \mathbf{U} \quad (4.34)$$

$$\mathbf{U} = -(\mathbf{J}_D^{-1})^T \mathbf{J}_B^T \mathbf{V} \quad (4.35)$$

Dividindo-se as  $n$  primeiras linhas de (4.34) por  $-\frac{h}{2}$ , tendo em vista fortalecer a diagonal, e modificando (4.35), resulta o seguinte sistema

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{J}_A - \frac{2}{h}\mathbf{I}) & \mathbf{J}_C^T \\ \mathbf{J}_B^T & \mathbf{J}_D^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V} \\ \mathbf{U} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{h}\mathbf{S}^T \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

onde  $\mathbf{J}_A, \mathbf{J}_B, \mathbf{J}_C$  e  $\mathbf{J}_D$  são submatrizes que têm dimensões apropriadas conforme equações (2.97) - (2.98) e  $\mathbf{U}$  tem dimensão  $2N_B \times p$ .

A equação (4.36) tem a mesma forma de um sistema linear, empregado para o cálculo de autovalores-autovetores dominantes em sistemas representados pela matriz Jacobiana [83, 52], tal como desejado. Essa informação é valiosa, porque a técnica de cálculo de autovalores-autovetores, usando a citada equação, é bem conhecida na literatura específica [51, 83, 52].

Embora seja possível, não é necessário o cálculo completo das matrizes  $\mathbf{U}$  e  $\mathbf{V}$ . Apenas algumas linhas da primeira matriz têm utilidade. Somente essas linhas são usadas na obtenção da matriz de interesse  $\mathbf{V}$ . Tendo em vista que  $\mathbf{J}_A, \mathbf{J}_B$  e  $\mathbf{J}_C$  são matrizes bloco diagonais, conforme discutido no Capítulo II, pode-se rearranjar a equação (4.36) de tal forma que o seguinte algoritmo fornece a solução  $\mathbf{V}$  desejada [83]:

#### ALGORITMO 4.1

- i) Calcule  $\mathbf{J}_{Deq}^T = \mathbf{J}_D^T - \mathbf{J}_B^T(\mathbf{J}_A^T - \frac{2}{h}\mathbf{I})\mathbf{J}_C^T$
- ii) resolver para  $\mathbf{U}$ :  $\mathbf{J}_{Deq}^T \mathbf{U} = \frac{2}{h}\mathbf{J}_B^T(\mathbf{J}_A^T - \frac{2}{h}\mathbf{I})\mathbf{S}^T$
- iii) Resolver para  $\mathbf{V}$ :  $(\mathbf{J}_A^T - \frac{2}{h}\mathbf{I})\mathbf{V} = -\frac{2}{h}\mathbf{S}^T - \mathbf{J}_C^T \mathbf{U}$

O passo i) do algoritmo anterior consiste em acrescentar matrizes do tipo  $-\mathbf{J}_{Bi}^T(\mathbf{J}_{Ai}^T - \frac{2}{h}\mathbf{I})\mathbf{J}_{Ci}^T$ ,  $i = 1, \dots, N_e$  à matriz  $\mathbf{J}_D$ . Como  $\mathbf{J}_{Ai}$ ,  $\mathbf{J}_{Bi}$  e  $\mathbf{J}_{Ci}$  são matrizes blocos diagonais os resultados dos produto anteriores são de dimensão  $2 \times 2$ . As soluções adicionadas à matriz  $\mathbf{J}_D$ , mais uma vez, não alteram a sua estrutura, porque são afetados apenas termos já existentes. Este resultado é interessante, pois consegue-se

manter uma *semelhança entre a matriz  $\mathbf{J}_D$  e a matriz  $\mathbf{Y}_B$*  que está relacionada com as ligações físicas da rede. Os cálculos nessa etapa do algoritmo ocorrem exclusivamente no início da integração ou somente quando o passo é alterado.

A etapa ii) do algoritmo consiste na resolução de sistemas lineares altamente esparsos do tipo  $\mathbf{A}\mathbf{w} = \mathbf{b}$ , onde  $\mathbf{A}$  é uma matriz com incidência simétrica,  $\mathbf{b}$  é um vetor com apenas alguns elementos não-nulos e deseja-se calcular somente alguns elementos de  $\mathbf{w}$ . Esta formulação é bastante adequada para uso de técnicas de solução de sistemas lineares esparsos conhecidas na literatura específica [81, 14].

Na etapa iii) finalmente determina-se a matriz  $\mathbf{V}$  de interesse, efetuando-se produtos de matrizes de ordens bastante reduzidas.

Em suma, os cálculos básicos no Algoritmo 4.1 consistem na resolução de sistemas lineares com elevada esparsidade, no caso de sistemas de potência.

#### 4.3.4 Determinação do Ganho Ótimo

Um algoritmo para o cálculo do ganho proporcional  $\mathbf{W}$  com passo  $h$  fixo, pode ser enunciado como:

##### ALGORITMO 4.2:

- i) Faça  $i = 0$ ,  $\mathbf{S}_{-1} = \mathbf{S}_0 = \mathbf{M}$ ,  $\mathbf{W}_0 = \mathbf{0}$  onde  $\mathbf{Q} = \mathbf{M}^T \mathbf{M}$ ;
- ii) Calcule  $\mathbf{S}_0 \mathbf{Z}^{-1}$ ,  $\mathbf{S}_{-1} \mathbf{Z}^{-1}$
- iii) Calcule  $\mathbf{W}_{i+\frac{1}{2}}^{(o)} \mathbf{Z}^{-1}$  e  $\mathbf{S}_{i+1}$
- iv) Calcule  $\mathbf{S}_{i+1} \mathbf{Z}^{-1}$  resolvendo um sistema linear esperso e  $\mathbf{W}_{i+1} \mathbf{Z}^{-1}$  (sem efetuar o produto explicitamente)
- v) Se  $\varrho = \frac{\|\mathbf{W}_{i+1} \mathbf{Z}^{-1} - \mathbf{W}_i \mathbf{Z}^{-1}\|}{\|\mathbf{W}_{i+1} \mathbf{Z}^{-1}\|} \leq \epsilon_o$  para  $\epsilon_o$  suficientemente pequeno, então vá para o passo vi); senão incrementar  $i$  e voltar a etapa iii);

vi) Calcule de forma esparsa, usando o resultado do item iv)

$$\mathbf{W}(final) = (\mathbf{W}_{i+1}\mathbf{Z}^{-1})\mathbf{Z}$$

Caso se use variação de passo, conforme apresentado na Figura 4.1, aplica-se o Algoritmo 4.2 alterando apenas as condições de contorno por ocorrência da mudança de passo de integração.

Alguns comentários gerais em relação ao algoritmo anterior são:

- A Ponderação de apenas alguns estados reduz consideravelmente a dimensão das linhas de  $\mathbf{S}$ ;
- O passo de integração  $h$  está associado com as constantes de tempo do sistema. Um passo baixo robustece a diagonal de  $(\mathbf{J}_A^T - \frac{2}{h}\mathbf{I})$ , o que é vantajoso do ponto de vista de estabilidade numérica. Este fato explica a robustez do método de determinação do ganho ótimo calculado por integração numérica comparado com o mesmo ganho obtido com método de autovetores em um sistema mal condicionado, conforme referenciados por BANKS e ITO [8].

## 4.4 Determinação do Ganho com Restrições Estruturais

A mesma metodologia para cálculo do ganho com esparsidade pode ser empregada para determinação do ganho com restrições estruturais. Usa-se, com esse objetivo, a mesma metodologia proposta por GEROMEL [35] no Algoritmo 3.1. Todavia, considerar-se-ão algumas simplificações que são de grande interesse para o estudo do problema que se deseja investigar, principalmente no tocante às dimensões dos sistemas.

No Algoritmo 3.1 uma equação de Riccati é resolvida a cada iteração tendo em vista a determinação do ganho com restrições estruturais. Nesse problema, a matriz que pondera



os estados é alterada a cada iteração em função da matriz  $\mathbf{L}$  que “pilota” os resultados para a solução que atenda as restrições estruturais impostas ao problema.

Mostra-se a seguir que o problema com restrições estruturais pode ser solucionado também iterativamente, porém usando-se o método apresentado na seção anterior, sem a necessidade da resolução de equações de Riccati. Além disso, se a matriz de ponderação de estados é diagonal, o problema consiste em verificar se as restrições estruturais são atendidas. Senão, calcula-se diretamente novo ganho, procedendo-se desta forma até que ocorra convergência (dado um critério de convergência) para uma solução final.

Para estabelecer este resultado, suponha ponderação diagonal de apenas alguns estados. É possível encontrar diretamente uma matriz  $\mathbf{Q}' = \mathbf{Q} + \mathbf{W}_L^T \mathbf{W}_L = \mathbf{M}^T \mathbf{M}$ , com  $\mathbf{W}_L^T \mathbf{W}_L = \mathbf{L}^T \mathbf{R} \mathbf{L}$ , ( $\mathbf{L}$  definido em função das restrições estruturais, de maneira similar ao realizado no Algoritmo 3.1).

A decomposição da matriz  $\mathbf{Q}'$  é então:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_Q \\ \mathbf{W}_L \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

onde  $\mathbf{M}_Q$  é uma matriz construída a partir das linhas não-nulas da matriz  $\mathbf{Q}$ , sendo os seus elementos não-nulos iguais às raízes quadradas dos elementos não-nulos das linhas de  $\mathbf{Q}$ .  $\mathbf{W}_L$  é uma matriz definida como  $\mathbf{W}_L \triangleq \mathbf{R}^{\frac{1}{2}} \mathbf{L}$ .

O posto de  $\mathbf{Q}'$  é igual a  $\min\{\text{posto de } \mathbf{Q} + \text{posto de } \mathbf{W}_L, n\}$ , sendo  $\mathbf{W}_L$  uma matriz de posto  $m < n$ . Como  $\mathbf{W}_L$  tem a mesma dimensão de  $\mathbf{B}^T$  ou  $\mathbf{W}$ , conclui-se que, se o posto de  $\mathbf{Q}$  e o número de entradas de controle são muito pequenos comparados com  $n$ , o número de linhas da matriz  $\mathbf{M}$  também é bastante reduzido, o que reflete favoravelmente sobre o esforço computacional requerido pelo método. Note que produtos do tipo  $\mathbf{W}_L^T \mathbf{W}_L$  não são necessários, o que não ocorre para o Algoritmo 3.1.

Em função da hipótese adotada para a matriz  $\mathbf{Q}$ , apresenta-se o seguinte algoritmo para cálculo do ganho com restrições estruturais:

**ALGORITMO 4.3:**

- i) Faça  $\ell = 0$  e determine o ganho proporcional  $\mathbf{W}_0 = \mathbf{W}^*$  ( $\mathbf{W}^*$  corresponde ao problema de controle ótimo sem restrições estruturais) através do Algoritmo 4.2;
- ii) Determine  $\mathbf{W}_L^{\ell+1} = \mathbf{F}(\mathbf{W}_L)$  em função das restrições estruturais;
- iii) Faça

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_Q \\ \mathbf{W}_L \end{bmatrix}$$

e calcule o ganho ótimo diretamente através das equações (4.29)-(4.31)

sendo  $\mathbf{S}_0 = \mathbf{M}$ ,  $\mathbf{W}_0 = \mathbf{0}$ ;

- iv) Se  $\varrho = \frac{\|\mathbf{W}_L^{\ell+1} - \mathbf{W}_L^{\ell}\|}{\|\mathbf{W}_L^{\ell}\|} \leq \epsilon_r$ , para  $\epsilon_r$  suficientemente pequeno, então vá para o passo v; senão incrementar  $\ell$  e voltar a etapa ii;
- v) Calcule  $\mathbf{W}_{\ell+1} = \mathbf{W}_{\ell} - \mathbf{W}_L^{\ell+1}$ .

O ganho com restrições estruturais é  $\mathbf{K} = \mathbf{R}^{-\frac{1}{2}}\mathbf{W}$ . Com este resultado, determina-se a matriz de realimentação de saída  $\mathbf{G}$  e por fim calculam-se os parâmetros dos controladores de sistemas de potência.

Um critério alternativo de “convergência”  $\varrho$  para o ganho com restrições que pode ser adotado baseia-se no amortecimento dos autovalores em malha fechada, obtidos com o resultado do ganho determinado na iteração. Considera-se que o resultado atenda às especificações quando o amortecimento mínimo do autovalor dominante em malha fechada (com os parâmetros dos controladores suplementares computados na iteração) atinge uma tolerância aceitável. Em sistemas de potência considera-se este limiar em 5 %. Este critério evita que iterações adicionais sejam realizadas desnecessariamente em prol de uma variação insignificante de amortecimento.

#### 4.4.1 Síntese dos Controladores

Um procedimento de síntese de controladores de sistemas de potência, baseado no resultado obtido do ganho ótimo com restrições estruturais, pode ser enunciado da seguinte forma:

##### ALGORITMO 4.4

- (i) Modelar o sistema, em torno de um ponto de operação, via matriz Jacobiana;
- (ii) Incluir as equações dos estabilizadores na matriz Jacobiana;
- (iii) Formular o problema de síntese dos estabilizadores em termos de um PRLQ com restrições estruturais ( realimentação descentralizada de saída);
- (iv) Resolver o PRLQ com restrições estruturais aplicando a técnica de esparsidade proposta nesse capítulo;
- (v) Se os parâmetros dos controladores são realísticos<sup>1</sup>, vá para o passo *vi*; senão alterar as ponderações de estados e/ou esforços de controle e voltar ao passo *iv*;
- (vi) Calcular os autovalores em malha fechada do sistema: se o amortecimento introduzido pelos controladores é satisfatório, fim; senão, modificar as matrizes **Q** e **R** e retornar ao passo *iv* para pesquisar novos controladores.

Nos capítulos a seguir apresentam-se resultados de desempenho da aplicação da técnica de obtenção do ganho ótimo e do método proposto para ajuste de controladores de sistemas de potência de grande porte.

---

<sup>1</sup>O controlador sintetizado deve apresentar fase mínima, com avanço de fase, se o sinal é derivado da velocidade; e fase nula ou em atraso, se o sinal é derivado da potência elétrica. O ganho deve assumir valores inferiores a 100 (ESP derivado da velocidade) e em torno da unidade (ESP derivado da potência elétrica)

## 4.5 Conclusão

Neste capítulo, apresenta-se um novo algoritmo para obtenção do ganho ótimo em sistemas dinâmicos representados via formulação da matriz Jacobiana aumentada ou não-reduzida. O algoritmo baseia-se na resolução das equações de Chandrasekhar e é uma modificação do método proposto por BANKS e ITO em [8] para determinação do ganho ótimo de realimentação de estados de um sistema dinâmico descrito por variáveis de estados. O método é adaptado também para resolver o PRLQ com restrições estruturais, em especial restrições de realimentação descentralizada de saída. A técnica apresentada é adequada para aplicação em sistemas de potência de grande porte, devido à sua característica de elevada esparsidade, a qual pode ser bem explorada.

Apresenta-se um algoritmo para síntese de controladores suplementares com estruturas conhecidas sintetizados via cálculo dos ganhos ótimos descentralizados obtidos através da técnica apresentada neste capítulo.

## Capítulo 5

# Resultados da Solução do Problema de Controle Ótimo

### 5.1 Introdução

Neste capítulo apresentam-se os resultados da técnica de solução do PRLQ baseada na integração numérica esparsa das equações de Chandrasekhar. Duas técnicas clássicas são usadas para avaliação e comparação dos resultados.

Nesta tese, tem-se interesse em aplicações a sistemas elétricos de potência, e particularmente a sistemas de grande porte. Por isso será empregada a representação conhecida na literatura de teoria de controle como sistemas descritores [10, 41], também conhecida na literatura específica de sistemas de potência como representação através da matriz Jacobiana [52, 83]. As vantagens desta representação são a sua flexibilidade para incorporar diversos equipamentos e também sua elevada esparsidade. A representação por espaço de estados será empregada apenas nos métodos que requerem este tipo de representação, cuja utilização neste trabalho restringe-se a comparações com o novo método apresentado. Neste caso, porém, os testes serão limitados a sistemas de porte médio por razões que se explicitarão ao longo do texto.

Testes de desempenho da técnica de cálculo do ganho ótimo por integração numérica, empregando a representação da matriz Jacobiana, são realizados em dois sistemas de potência e em um sistema dinâmico constituído de  $n$  integradores em série. Estes testes são efetuados para levantar algumas características importantes que envolvem esforço computacional, estabilidade numérica e influência da ponderação de estados e do número de entradas sobre o esforço computacional do método.

## 5.2 Implementação dos Métodos de Solução

As discussões levantadas no Capítulo IV sobre a solução do PRLQ através da abordagem das equações de Chandrasekhar indicam que as operações básicas necessárias envolvem a solução de sistemas lineares esparsos.

Existem diversas técnicas de resolução de sistemas lineares esparsos [88] na qual diferentes formas de fatoração e ordenação [88, 80] são possíveis. Neste trabalho, emprega-se a técnica conhecida como método do vetor esparso [81] para resolver cada sistema linear. Por essa técnica, explora-se tanto a esparsidade da matriz do sistema quanto a do vetor independente. Além disso, são calculadas somente algumas incógnitas de interesse para a solução do problema, o que vai de encontro ao mostrado no Algoritmo 4.1.

As técnicas clássicas de solução do PRLQ usadas nos testes para fins comparativos empregam a abordagem de autovalores-autovetores [66] e abordagem da função sinal [9]. A primeira técnica foi programada utilizando-se as rotinas EISPACK, enquanto a segunda foi codificada baseada nas informações contidas na referência [9]. Em ambos os métodos, a representação do sistema é restrita à matriz de estado.

Todas as rotinas usadas foram codificadas em Fortran e implementadas em um computador IBM 3090 e em microcomputadores do tipo PC 486. O microcomputador usado para efeito de testes foi o 486DX2-50.

### 5.3 Ganho Ótimo em Regime

O objetivo desta seção é apresentar os resultados de testes para cálculo do ganho de realimentação ótimo. Os resultados são obtidos a partir das técnicas que usam a abordagem das equações de Chandrasekhar e a abordagem de autovalores-autovetores [66].

Nos testes dessa seção, utiliza-se um sistema de potência para avaliar a precisão do resultado obtido com o método proposto neste trabalho. Trata-se de um sistema equivalente à rede interligada Sul-Sudeste, incluindo equipamentos FACTS (CER, TCSC e PHS), cujos dados são mostrados no Apêndice B e cuja descrição é melhor discutida no capítulo seguinte. Este sistema é instável em malha aberta. Com o intuito de avaliar o seu desempenho em malha fechada (com controle suplementar), acrescentaram-se 6 controladores do tipo mostrado na Figura 2.6a. Os controladores foram alocados nas máquinas de Itaipú e Salto Osório e associados aos 4 equipamentos FACTS do referido sistema. A transformação dos 6 controladores dinâmicos em suas formas canônicas observáveis, conforme mostrado no Capítulo II, gerou mais 12 variáveis de estados e propiciou o surgimento de 18 variáveis de controle. O sistema aumentado, que antes tinha 82 estados, passou a ter 94. Com este sistema aumentado, calculou-se somente o ganho do controle ótimo global (ganho ótimo sem restrições estruturais) com a finalidade de comparar os resultados obtidos por dois métodos distintos: método proposto neste trabalho (Algoritmo 4.2) e método de POTTER [66]. Em ambos os casos, ponderam-se apenas os estados relativos aos desvios de velocidade e ângulo do rotor das máquinas de Itaipú, Salto Osório, G. B. Munhoz e Jacuí. A penalização dessas máquinas justifica-se devido às suas sensibilidades para estabilizar o modo instável e amortecer os outros modos pouco estáveis, características estas identificadas através de fatores de participação [65, 61, 62]. Esse tipo de ponderação, na qual penalizam-se apenas os desvios de velocidade de algumas máquinas, será usado nas demais simulações tendo em vista os resultados satisfatórios obtidos para um grande número de testes efetuados em sistemas de porte distintos, como

será visto no capítulo seguinte.

Os elementos não-nulos da matriz  $\mathbf{Q}$  utilizada nos testes são:

$$Q_{Itaipú} = 9 \times 10^5, \quad Q_{S. Osório} = 5 \times 10^5, \quad Q_{G.B. Munhoz} = 5 \times 10^5, \quad Q_{Jacui} = 1 \times 10^3$$

Em vista da natureza descentralizada dos controles, usou-se uma matriz de peso  $\mathbf{R}$  diagonal. A matriz de ponderação  $\mathbf{R}$  pode ser dividida em submatrizes diagonais de dimensão  $3 \times 3$  que correspondem à penalização das variáveis de controle de cada equipamento. Esta subdivisão será adotada por sua conveniência. As submatrizes de controle para os 6 equipamentos dotados de controle são:

$$\mathbf{R} = \text{diag}\{10 \quad 0,1 \quad 0,1\}, \text{ para máquinas};$$

$$\mathbf{R} = \text{diag}\{10 \quad 0,5 \quad 0,5\}, \text{ para o CER};$$

$$\mathbf{R} = \text{diag}\{1 \quad 0,01 \quad 0,01\}, \text{ para o TCSC};$$

$$\mathbf{R} = \text{diag}\{1 \quad 0,001 \quad 0,001\}, \text{ para os PHSs}.$$

### 5.3.1 Cálculo do Ganho Proporcional

Inicialmente determinou-se o ganho do controle ótimo global através da abordagem de autovalores-autovetores proposta por POTTER [66] e em seguida resolveu-se o mesmo problema aplicando-se o método de integração numérica com uso de técnicas de esparsidade (Algoritmo 4.2). Nesta última situação, efetuaram-se testes com valores fixos e variáveis do passo de integração  $h$ . Os seguintes casos foram analisados:

- i)  $h=0,01$  s fixo, com tempo de simulação até 4,0 s;
- ii)  $h=0,02$  s fixo, com tempo de simulação até 4,0 s;
- iii)  $h = 0,0025$  s, até o instante 0,25 s;  $h = 0,005$ , do instante 0,25 s a 0,5 s;  
 $h = 0,01$  s, do instante 0,5 a 1,0 s; e  $h = 0,02$  s, do instante 1,0 s a 3,0 s.

As simulações envolvendo a variação do passo de integração seguem as orientações propostas no Capítulo IV, conforme Figura 4.1. Ou seja, o passo  $h$  é dobrado a cada



intervalo definido, que chamou-se de *janela de tempo*, permanecendo fixo durante este intervalo. A escolha dos intervalos de integração não seguiu nenhum critério definido.

Tabela 5.1: Alguns elementos da matriz  $\mathbf{W}$

<i>Elem.</i>	<i>Autovet.</i>	$h = 0,01$	$h = 0,02$	$h = 0,0025 \text{ a } 0,02$
$W_{1,1}$	-342	-339	-339	-331
$W_{1,2}$	8,69	8,63	8,65	8,62
$W_{1,90}$	$0,101 \times 10^{-2}$	$0,989 \times 10^{-3}$	$0,996 \times 10^{-3}$	$0,976 \times 10^{-3}$
$W_{2,1}$	21,2	20,78	20,74	21,83
$W_{2,4}$	$0,854 \times 10^{-3}$	$0,851 \times 10^{-3}$	$0,852 \times 10^{-3}$	$0,841 \times 10^{-3}$
$W_{2,90}$	$0,216 \times 10^{-4}$	$0,185 \times 10^{-4}$	$0,174 \times 10^{-4}$	$0,191 \times 10^{-4}$
$W_{2,94}$	$-0,257 \times 10^{-3}$	$-0,244 \times 10^{-3}$	$-0,243 \times 10^{-3}$	$-0,231 \times 10^{-3}$

A Tabela 5.1 reúne os resultados de alguns elementos da matriz ganho proporcional  $\mathbf{W} = \mathbf{R}^{\frac{1}{2}}\mathbf{K}$  para as situações em que esta matriz é calculada pela técnica clássica de autovalores (coluna 2) e através do método de integração numérica com passos de integração descritos anteriormente (colunas 3 a 5). Procura-se mostrar elementos de diferentes ordens de grandeza, com o objetivo de comparar os valores obtidos independentemente desta característica.

Da imediata observação dos resultados apresentados na Tabela 5.1, notam-se diferenças relativamente pequenas entre os elementos da matriz  $\mathbf{W}$  calculada pelo método clássico de autovalores-autovetores [66] e pelo método de integração numérica. A variação do passo de integração  $h$ , neste último caso, não alterou significativamente os resultados em comparação aos valores com passo fixo. Valores de ordens de grandeza elevadas e baixas dos elementos são determinados simultaneamente, não ocorrendo diferenças significativas em relação aos mesmos valores obtidos pelo método clássico.

A partir das matrizes  $\mathbf{W}$  obtidas, efetua-se a realimentação completa de todos estados (controle ótimo global) e calculam-se os autovalores em malha fechada. Os resultados destes testes são apresentados na Tabela 5.2.

Tabela 5.2: Autovalores dominantes

<i>Autovet.</i>	$h=0,01$	$h=0,02$	$h=0,0025$ a $0,02$
$-0,518 \pm j7,79$	$-0,518 \pm j7,79$	$-0,518 \pm j7,79$	$-0,518 \pm j7,79$
$-0,457 \pm j6,77$	$-0,457 \pm j6,77$	$-0,457 \pm j6,77$	$-0,457 \pm j6,77$
$-0,199 \pm j4,95$	$-0,174 \pm j4,95$	$-0,173 \pm j4,95$	$-0,161 \pm j4,96$
$-0,361 \pm j2,24$	$-0,314 \pm j2,25$	$-0,314 \pm j2,25$	$-0,273 \pm j2,26$

A análise de autovalores do sistema através da Tabela 5.2 em malha fechada comprova a boa precisão dos resultados obtidos para os elementos da matriz  $W$  via abordagem das equações de Chandrasekhar, na qual se emprega integração numérica.

### 5.3.2 Ganho em Regime Estacionário

O produto  $WZ^{-1}$  no Algoritmo 4.2, abordado no Capítulo IV, é realizado a cada amostra. Tendo em vista a sua importância para avaliação do processo de convergência do ganho para o seu valor de regime, avalia-se a seguir a sua evolução no tempo. Deve-se salientar que este produto tem dimensão  $m \times n$ , o que torna impraticável a monitoração de todos elementos da matriz. Avalia-se a seguir como se comportam no tempo três dos elementos da matriz quando são utilizados dois esquemas de integração numérica distintos: com passo fixo e com passo variável.

Na Figura 5.1 ilustra-se o caso em que o passo  $h$  é fixo em três situações:  $h = 0,005$  s,  $h = 0,01$  s e  $h = 0,02$  s. Nos três casos as variações mais significativas do processo de convergência cessaram para tempos inferiores a 1,0 s. Os valores de regime diferentes devem-se em parte ao fato de se estar calculando o produto  $WZ^{-1}$ . Porém, como os passos  $h$  são distintos e  $Z$  é função de  $h$ , o valor final do ganho  $W$  converge para valores aproximados nas três situações, conforme pode-se comparar através das colunas 3 e 4 da Tabela 5.1. Observe-se que a convergência para o valor de regime ocorre, mesmo na presença de uma grande variação instantânea do elemento.

De forma semelhante, apresenta-se na Figura 5.2 a evolução no tempo dos mesmos

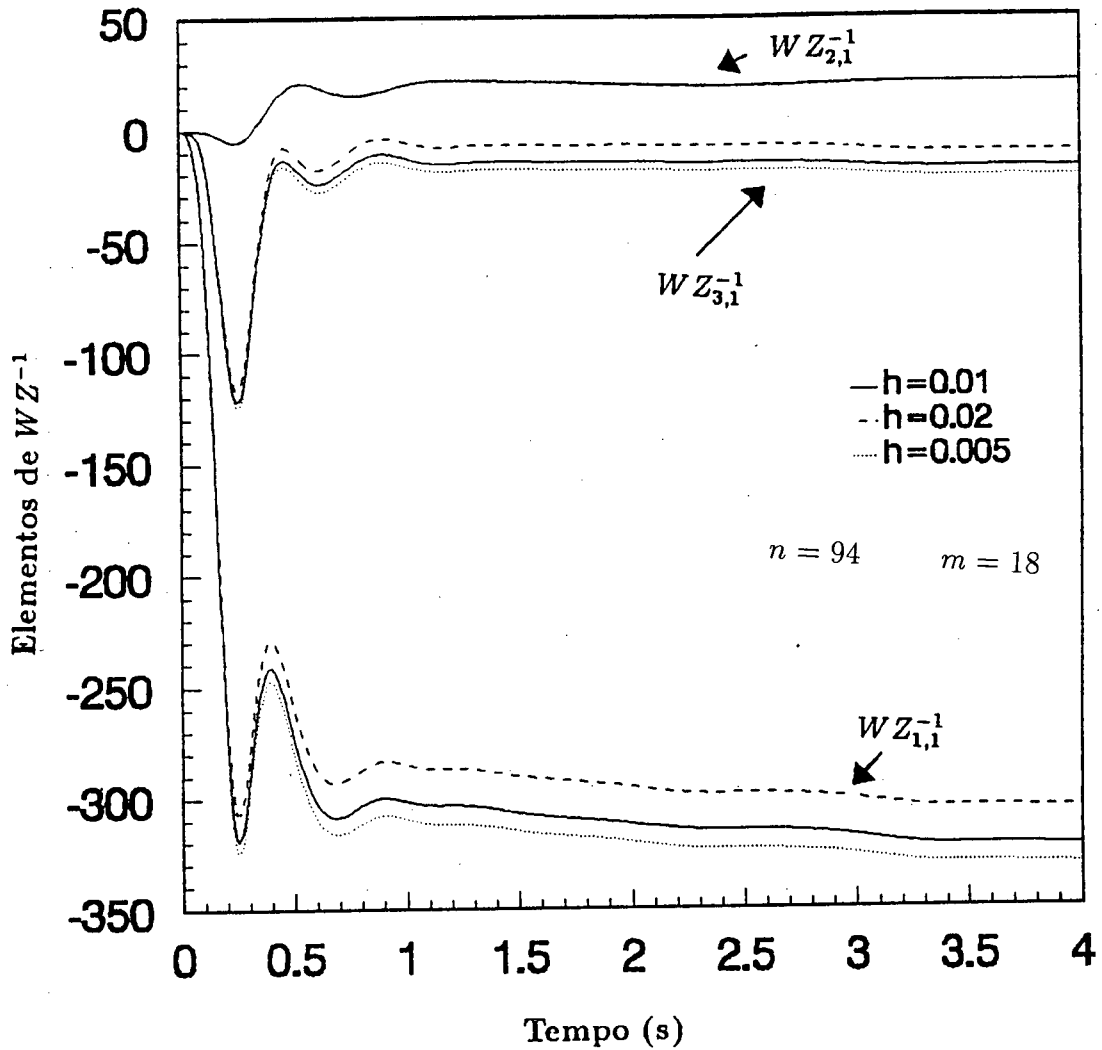


Figura 5.1: Simulações com passo fixo de 3 elementos de  $WZ^{-1}$

elementos de  $WZ^{-1}$  mostrados na Figura 5.1. Agora, porém, aborda-se a situação em que o passo  $h$  também varia. A variação do passo é feita de acordo com os casos:

- i)  $h = 0,02$  s fixo com tempo de simulação de 4,0 s.
- ii)  $h = 0,005$  s fixo, até 0,5 s;  $h = 0,01$  s, de 0,5 a 1,5 s;  $h = 0,02$  s, de 1,5 a 3,5 s;
- iii)  $h = 0,0025$  s fixo até 0,25 s;  $h = 0,005$  s de 0,25 a 0,5 s;  $h = 0,01$  s de 0,5 a 1,0 s;  $h = 0,02$  s de 1,0 a 3,0 s.

A Figura 5.2 mostra que há convergência para o valor final em regime, a menos de uma

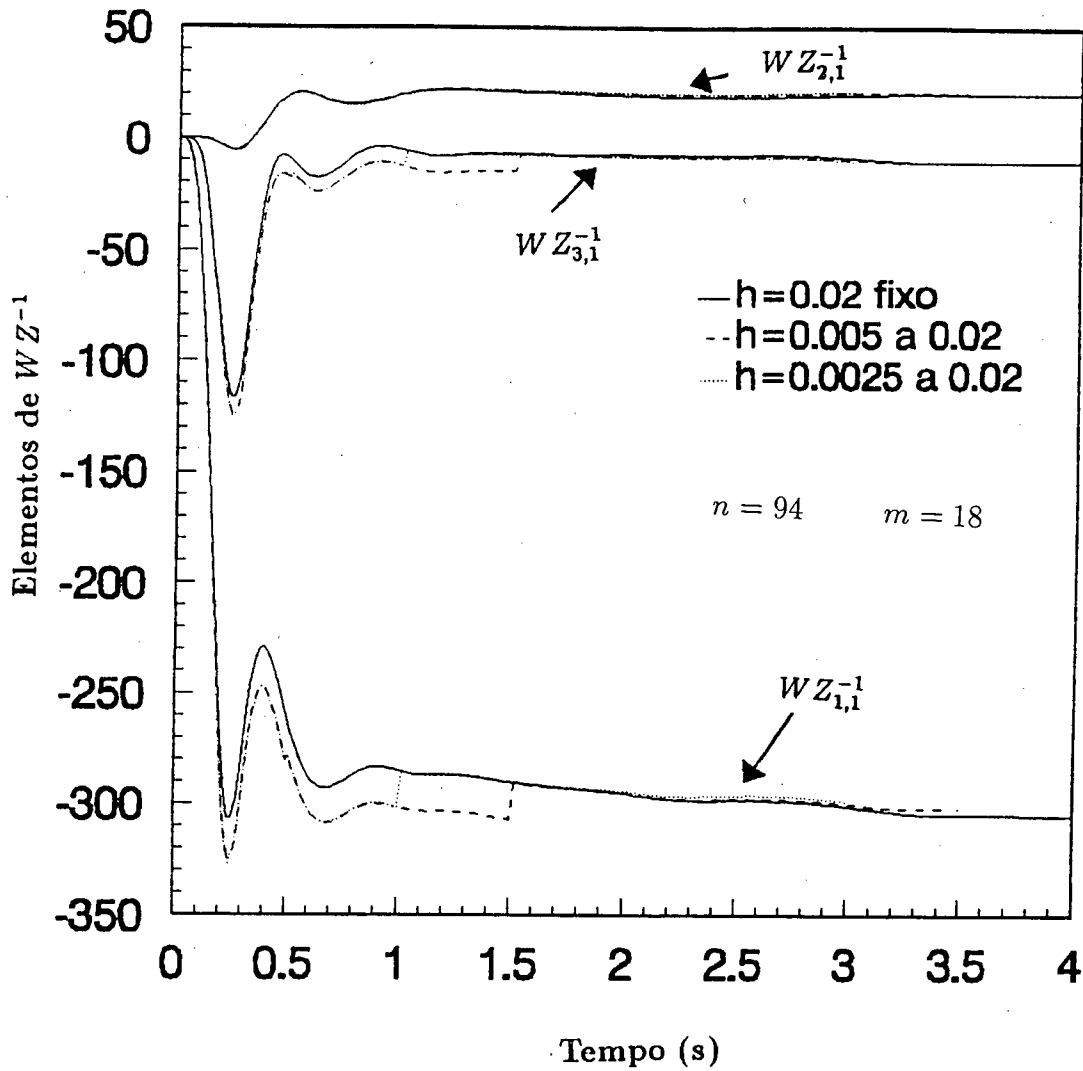


Figura 5.2: Simulações com passo variável de 3 elementos de  $WZ^{-1}$

diferença detectada, na região comum em que  $h = 0,02$  s ( $t \geq 1,5$  s). A diferença deve-se ao uso do passo  $h = 0,02$  s, até certo ponto elevado, visto que no sistema de potência existem controladores com constantes de tempo dessa ordem de grandeza. Estas curvas ilustram que, mesmo com o valor de passo fixo mais elevado, a convergência para o valor final não é muito diferente daquele obtido com passos mais reduzidos. Esta afirmação é comprovada comparando-se os elementos da matriz  $W$  mostrados na Tabela 5.1. O exame das curvas mostra que embora quase se tenha atingido um valor de regime, ainda existe uma componente de frequência mais baixa que não amorteceu completamente.

Esta observação ajuda a explicar as diferenças entre os elementos da Tabela 5.1. Apesar disso, os resultados não diferem muito daqueles obtidos pelo método de autovalores-autovetores [66].

Das curvas apresentadas, conclui-se que é possível truncar os resultados para  $\mathbf{WZ}^{-1}$  quando se detectar que foi alcançado o seu regime estacionário (a menos de uma tolerância), evitando-se cálculos desnecessários para a precisão da solução final. Neste aspecto, o critério adotado usando a norma da diferença relativa entre duas amostras, conforme proposto no Algoritmo 4.2, atende o critério de truncamento, pois as diferenças de cada elemento entre amostras convergem para valores relativos cada vez mais baixos.

### 5.3.3 Esforço Computacional

#### 5.3.3.1 Influência da Ponderação de Estados

A finalidade deste teste é avaliar a influência do posto da matriz de ponderação dos estados  $\mathbf{Q}$  no volume de cálculo relativo ao método de integração numérica com esparsidade. Esta figura de mérito será analisada em termos de tempo de CPU.

Para realizar este teste fixaram-se as variáveis de controle em  $m = 15$  e as variáveis de estados em  $n = 90$ , tal como nos testes efetuados em subseções anteriores. Usou-se passo variável durante a simulação, iniciando-se com  $h = 0,005$  s. Este passo foi dobrado nas amostras 25, 50 e 70, mediante o critério descrito na Figura 4.1.

As simulações efetuadas, variando-se o posto da matriz  $\mathbf{Q}$ , não levaram mais que 113 amostras na situação mais desfavorável para atingirem uma tolerância  $\epsilon_o = 0,0002$ , conforme definido no Algoritmo 4.2. Como o número mais comum de amostras para atingir a referida tolerância foi 112, estabeleceu-se este referencial para todas simulações, sem grande prejuízo para simulações que só atingiram o critério de parada com 113 amostras. Nestas condições, variou-se o posto da matriz  $\mathbf{Q}$ , suposta diagonal, de 1 a 20. A situação de posto 1 corresponde ao caso em que apenas 1 estado é penalizado. No intervalo de

posto  $p$  variando de 1 a 4, a convergência para o valor de  $\epsilon_0$  ocorreu para cerca de 80 amostras. Evidentemente que na situação com 112 amostras o tempo de CPU, para os postos de 1 a 4, aumenta e o erro relativo  $\epsilon_0$  fica bem inferior ao limite fixado.

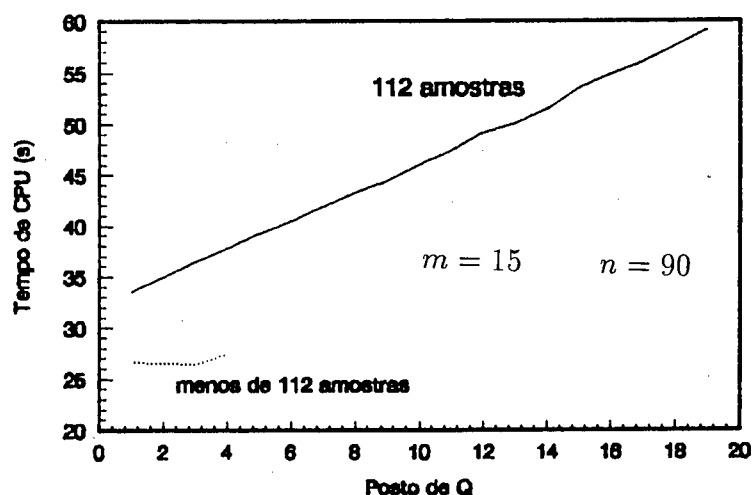


Figura 5.3: Tempo de CPU  $\times$  posto de  $Q$

A Figura 5.3 mostra os resultados em termos do tempo de CPU em função do posto  $p$  de  $Q$ . Nota-se que o tempo de computação cresce de forma linear para um número fixo de amostras.

Métodos tradicionais usados para obtenção do ganho ótimo ignoram as características de variação do posto, uma vez que não oferecem condições para explorá-las. Como as matrizes de ponderação de estados e controles podem ser bastante esparsas, é muito vantajosa a utilização de uma técnica que contemple estes aspectos.

## 5.4 Influência do Número de Entradas e de Estados no Cálculo do Ganho

Os testes para verificar a influência do número de entradas e de estados sobre o esforço computacional foram efetuados em um sistema de potência conhecido como “New England” [13], cuja descrição mais detalhada é vista no Capítulo VI. Este sistema é instável em malha aberta para o ponto de operação e topologia considerados.

A matriz  $\mathbf{B}$  de entrada deste sistema está relacionada ao sistema de controle local das unidades geradoras, conforme representação mostrada no Capítulo II. Esta matriz apresenta apenas um elemento não-nulo por coluna e um total de três colunas por gerador. As matrizes de ponderação  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  foram escolhidas diagonais e ambas com posto pleno. O posto pleno da matriz  $\mathbf{Q}$  indica que esta é uma situação em que se tem o esforço computacional máximo no tocante a esta característica, conforme abordado em seção anterior.

Todas as simulações neste exemplo foram realizadas em um computador IBM 3090. Naquelas simulações em que se empregou o método de integração numérica foram utilizados quatro valores para o passo  $h$ , durante o processo de integração, da seguinte forma:  $h = 0.01$  s até a amostra 200;  $h = 0.02$  s, da amostra 201 a 320;  $h = 0.04$  s, da amostra 321 a 360; e finalmente  $h = 0.08$  s da amostra 361 a 400. Em todos os casos os resultados foram obtidos para valores de  $\rho < \epsilon_o = 0.001$ . Note que neste caso passos  $h$  elevados são usados em função da variação proposta na Figura 4.1.

Em um primeiro teste, com o objetivo de verificar a precisão do método, calculou-se o ganho de realimentação ótimo para o sistema com 62 estados e 3 entradas de controle. Os cálculos foram efetuados usando-se o método da função sinal [9] e o método apresentado neste trabalho. A matriz  $\mathbf{K}_{sinal}$  apresenta as cinco primeiras colunas da matriz de ganho referentes ao método da função sinal e a matriz  $\mathbf{K}_{espars}$  exhibe o resultado para as cinco

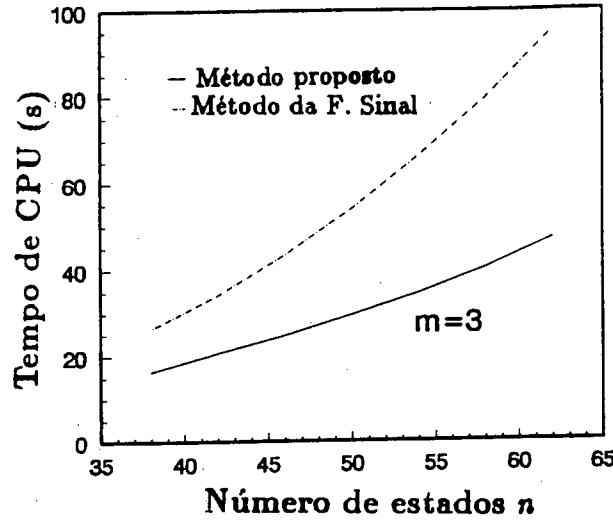


Figura 5.4: Tempo de CPU  $\times n$  para  $m$  constante

primeiras colunas para o ganho calculado conforme Algoritmo 4.2.

$$K_{sinal} = \begin{bmatrix} 5.65 & 0.079 & 0.417 & 0.0025 & -4.52 \\ 1010 & -8.81 & 61.69 & -0.419 & -456 \\ 146 & 3.07 & 9.31 & 0.056 & -123 \end{bmatrix}$$

$$K_{espars} = \begin{bmatrix} 5.56 & 0.075 & 0.415 & 0.0025 & -4.67 \\ 1010 & -9.47 & 63.31 & -0.429 & -526 \\ 145 & 2.97 & 9.14 & 0.055 & -126 \end{bmatrix}$$

Observa-se que a diferença é pequena entre os elementos das matrizes apresentadas, a exemplo de testes anteriores com um sistema maior. Esta observação é ratificada pelo cálculo dos autovalores em malha fechada, os quais praticamente coincidem nos dois casos.

O teste seguinte tem o objetivo de investigar o desempenho do método proposto quanto ao tempo de CPU versus número de estados. O estudo foi realizado considerando-se sempre 3 entradas de controle e um mínimo de 38 estados. Na simulação, variou-se  $n$ , com incrementos de 4 até um máximo de 62 estados. A Figura 5.4 apresenta as curvas resultantes destas simulações.

Observa-se a partir da Figura 5.4 que o resultado obtido pelo método proposto neste



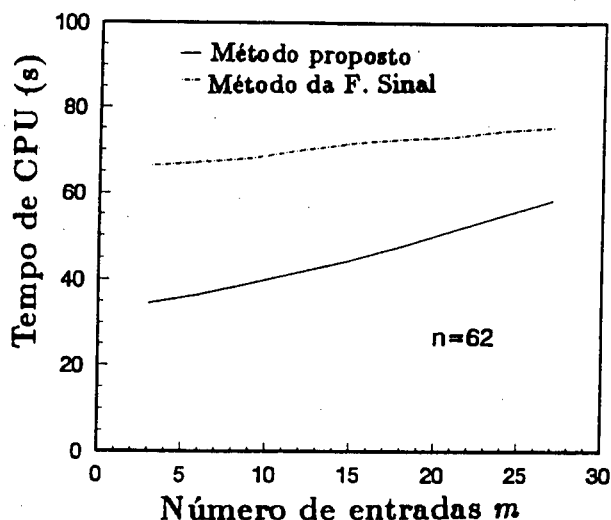


Figura 5.5: Tempo de CPU  $\times m$  para  $n$  constante

trabalho apresenta taxa de crescimento menor que aquele obtido pelo método da função sinal.

A exemplo da análise feita da influência dos estados sobre o esforço computacional, testes semelhantes são efetuados para avaliar agora a influência do número de entradas de controle sobre o tempo de cálculo na determinação do ganho. Nesta situação, manteve-se o número de estados constante em  $n = 62$  e variou-se o número de entradas de controle de 3 a 27 com incrementos de 3. A Figura 5.5 exhibe as curvas relacionando o tempo de CPU com o número de entradas para o método proposto neste trabalho e o método da função sinal.

A Figura 5.5 mostra que o método de cálculo do ganho via equação algébrica de Riccati é pouco sensível ao número de entradas. Todavia o método apresentado nesta tese mostra o menor esforço computacional para um número relativamente baixo de entradas com respeito ao número de estados. Um tempo de CPU crescente é obtido para valores crescentes de entradas de controle. Mesmo assim, para a faixa de valores da variável  $m$  analisada, o tempo de CPU permanece sempre abaixo do tempo demandado pelo método da função sinal. Um número de entradas elevado pode se constituir em uma limitação ao

método de integração numérica, em virtude da sua maior sensibilidade a este parâmetro, tornando seu desempenho comparável aos métodos convencionais.

## 5.5 Estabilidade Numérica

O exemplo examinado a seguir visa mostrar a estabilidade numérica do método de integração numérica para resolução do PRLQ. Este exemplo consiste de  $n$  integradores em série formando um sistema  $n$ -dimensional. O sistema teste em apreço foi usado por LAUB [47] e BANKS e ITO [8] com o objetivo de analisar os métodos de cálculo do ganho ótimo baseados na forma de Schur e em integração numérica, respectivamente.

Os métodos testados por LAUB [47] e BANKS e ITO [8] usam a representação do sistema via modelo de estados. As matrizes de estado e entrada de controle usadas naqueles trabalhos são:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} ; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

Enquanto as matrizes de ponderação escolhidas são:  $\mathbf{R} = \mathbf{I}$  e  $\mathbf{Q} = \mathbf{M}^T \mathbf{M}$ , onde  $\mathbf{M} = [1, 0, \dots, 0]$ .

Este problema conduz a uma equação de Riccati mal condicionada, onde somente desvios no primeiro estado  $x_1$  são penalizados. O ganho ótimo resultante é um vetor  $1 \times n$ ,  $\mathbf{K} = [K_1, K_2, \dots, K_n]$  e, para este exemplo é fácil mostrar que  $K_1 = 1$  para qualquer valor de  $n$  finito. LAUB em [47], ao aplicar a técnica de Schur para resolver a equação algébrica de Riccati, aponta dificuldades numéricas, como perda de precisão para um valor relativamente baixo de  $n$ ,  $n = 21$ . Este mesmo exemplo foi testado por BANKS e ITO em [8], usando o método híbrido que calcula inicialmente uma estimativa do ganho

através de integração numérica das equações de Chandrasekhar e em seguida aplicação do método de Newton-Kleinman. O uso deste método não apresentou nenhuma dificuldade numérica, mesmo para  $n > 21$ .

Foram efetuados alguns testes em um computador IBM 3090, usando-se uma rotina que utiliza o método da função sinal para resolução da equação algébrica de Riccati. Alguns resultados foram avaliados para valores crescentes de  $n$  e verificou-se que com  $n = 14$  os resultados mostraram perda de precisão ( $K_1 \neq 1$ ). Testes semelhantes realizados em um microcomputador 486 DX2-50 (agora utilizando-se a abordagem de autovalores-autovetores para resolução da equação de Riccati) apresentou perda de precisão para  $n = 33$ .

Com o objetivo de resolver o mesmo problema, porém aplicando a representação do sistema baseada em sistemas descritores [10], da mesma forma como apresentado na Seção 4.3, modificou-se o exemplo e escolheu-se arbitrariamente as seguintes matrizes:  $\mathbf{J}_A = \mathbf{I}$ ,  $\mathbf{J}_B = \mathbf{I}$  e

$$\mathbf{J}_C = \begin{bmatrix} 1 & -0.5 & -0.5 & 0 & \cdots & 0 \\ 0.5 & 0.5 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}_D = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 & 0 & \cdots & 0 \\ 0.5 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

As submatrizes anteriores foram escolhidas para gerarem a mesma matriz de estado da

equação (5.1). Com esta representação e o método apresentado neste trabalho, calculou-se o ganho de realimentação ótimo. Os cálculos efetuados em um computador IBM 3090 não constatou nenhuma dificuldade numérica na determinação da solução do problema, mesmo para valores de  $n > 40$ .

## 5.6 Conclusão

Neste capítulo apresentam-se os resultados relativos à técnica de integração numérica com esparsidade para resolução do PRLQ proposta no Capítulo IV. Testes efetuados em dois sistemas de potência e um sistema dinâmico com  $n$  integradores foram usados para avaliar o desempenho da técnica proposta.

A representação dos sistemas de potência é feita pela matriz Jacobiana aumentada, enquanto o sistema dinâmico de  $n$  integradores é representado na forma de sistemas descritores. Resultados comparativos foram analisados através das técnicas de autovalores-autovetores [66] e técnicas que empregam a abordagem da função sinal [9]. Ambas serviram para comprovar o bom desempenho em termos de solução do método proposto nesta tese.

Constatou-se que a escolha da matriz de ponderação de estados exerce influência sobre o esforço computacional do método de integração numérica. Esta característica pode ser bem explorada, principalmente em sistemas de grande porte, podendo significar considerável redução no tempo de CPU para obtenção da solução do problema de controle ótimo. Verificou-se ainda que o número de entradas de controle também influencia no volume de cálculo, podendo se constituir em uma limitação, se muitos controladores forem usados. Uma possível característica esparsa da matriz de peso dos estados e do número de entradas de controle exercem pouca influência no esforço computacional dos métodos clássicos que solucionam o PRLQ, uma vez que esses métodos não são adequados para exploração de tais características.

As várias simulações efetuadas com passos de integração fixos e variáveis mostraram sempre boa convergência dos valores do ganho ótimo para o valor de regime permanente. Os resultados em termos de precisão são aproximadamente os mesmos obtidos pelas técnicas convencionais.

Testes em um sistema dinâmico com  $n$  integradores em série indicam que a técnica de integração numérica para cálculo do ganho mostra-se mais estável que as técnicas clássicas que usam a abordagem de autovalores-autovetores e abordagem da função sinal.

# Capítulo 6

## Resultados do Ajuste de Controladores

### 6.1 Introdução

Neste capítulo apresentam-se os resultados para síntese integrada de controladores em sistemas de potência. Estes resultados são obtidos resolvendo-se um problema de controle ótimo com restrições estruturais que por sua vez é solucionado através da integração numérica esparsa das equações de Chandrasekhar. Na formulação do problema, técnicas modernas de esparsidade [81] são eficientemente empregadas em função da representação adotada para o sistema de potência pela matriz Jacobiana aumentada.

Os controladores de sistemas de potência são incorporados na representação da matriz Jacobiana e são ajustados resolvendo-se um problema de realimentação estática de saída via controle ótimo com restrições de descentralização de saídas. Estas restrições justificam-se face à imposição de realimentação somente de sinais locais ou gerados em equipamentos geograficamente próximos ao controlador.

Quatro sistemas-teste são escolhidos para avaliar o desempenho da técnica de síntese

de controladores e validação do método proposto para resolver o PRLQ. Apresentam-se testes para um sistema máquina-barra infinita incluindo FACTS; um sistema com 10 máquinas e 39 barras [13]; um sistema equivalente à rede interligada Sul-Sudeste do Brasil, onde é representado com mais detalhes a rede elétrica do sistema Sul; e um sistema Sul-Sudeste de grande porte, representando as interligações entre redes em operação de diversas concessionárias das regiões Sul, Sudeste e Centro-oeste do Brasil.

Todos os sistemas são instáveis em malha aberta (sem controladores) para cada ponto de operação analisado. Portanto, torna-se necessário a alocação de controladores para estabilizar de forma adequada os modos instáveis e amortecer satisfatoriamente aqueles modos pouco amortecidos.

## 6.2 Sistemas-Teste

Descrevem-se nesta seção os sistemas-teste que servirão para avaliar o método de síntese de controladores. O segundo e terceiro sistemas já foram usados em testes no Capítulo V para verificar o desempenho das técnicas de resolução do PRLQ.

Em todos os estudos que se seguem, considera-se que a carga seja representada por impedância constante, embora esta não seja uma restrição ao método de ajustes dos controladores de sistemas de potência.

### 6.2.1 Sistema Máquina-Barra Infinita

O sistema máquina-barra infinita para estudo neste trabalho é uma rede resultante de algumas modificações efetuadas no sistema proposto originalmente em [55]. A finalidade de se utilizar um sistema de potência pequeno é ilustrar a aplicação da técnica de ajuste de controladores baseada na resolução de um problema de controle ótimo com restrições de saídas no projeto de controladores somente para equipamentos FACTS. Para este fim, usa-se o sistema-teste mostrado na Figura 6.1 Os seus dados relativos encontram-se no

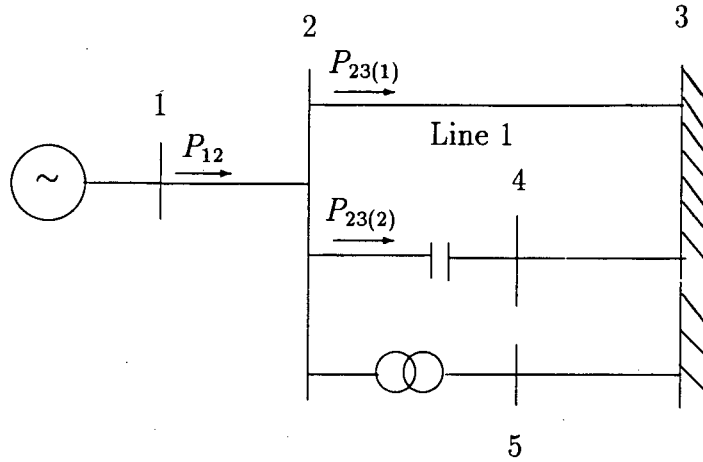


Figura 6.1: Sistema máquina-barra infinita

#### Apêndice A.

O sistema da Figura 6.1 apresenta um capacitor na ligação 2-4 que simulará a presença de um TCSC (quando dotado de controle). A conexão 2-5, mostrada como um transformador com “tap” nominal, será usada para simular um PHS (também quando dotado de controle). De acordo com a inclusão desses equipamentos como elementos controlados (dispositivos FACTS), analisa-se o sistema nas seguintes condições:

- CASO A) Sistema sem nenhum dispositivo FACTS, mas com o capacitor fixo e o transformador com relação de “tap” nominal;
- CASO B) Sistema com a inclusão do PHS (com ângulo inicial  $\alpha = 0$ ) e do capacitor série fixo;
- CASO C) Sistema com a inclusão do PHS e TCSC substituindo respectivamente o transformador e o capacitor série.

A Tabela 6.1 mostra os autovalores em malha aberta para as três situações anteriores.

O sistema mostra-se instável em malha aberta, para as três situações estudadas.



Tabela 6.1: Autovalores em malha aberta do sistema máquina-barra infinita

<i>CASO A)</i>	<i>CASO B)</i>	<i>CASO C)</i>
-24.387	-143,989	-144,063
-7.142	-24,439	-51,061
$0,526 \pm j6,01$	-15,278	-24,433
$-4,631 \pm j6,84$	$0,374 \pm j5,68$	-7,256
-	$-4,370 \pm j6,86$	$0,085 \pm j5,53$
-	-7,040	$-4,362 \pm j6,78$
-	-	-3,033
-	-	-15,294

Porém, pela análise da Tabela 6.1, observa-se que a introdução do PHS diminui o amortecimento negativo. Com a introdução do PHS e do TCSC há um aumento do torque de amortecimento, embora não suficiente para que ocorra estabilização. Portanto torna-se necessário o uso de ESP no gerador ou sinal suplementar nos dispositivos FACTS incluídos. Esta última alternativa será investigada mais adiante.

### 6.2.2 Sistema New England

O sistema conhecido como New England consiste de 10 geradores, 39 barras e 46 linhas de interconexões (linhas e transformadores). Todos seus dados são apresentados no Apêndice F da referência [13]. O sistema New England é um “benchmark system” de médio porte bastante usado em testes de estabilidade a pequenos sinais, sendo esta a razão para sua utilização nesta tese. Este sistema apresenta alguns geradores oscilando entre si e outros oscilando contra a máquina de maior constante de inércia e menor impedância interna. Para a condição de operação e os sistemas de excitação empregados, o sistema é estável.

Nos testes efetuados por PEÑA [64], os sistemas de excitação do sistema New England foram modificados para blocos de primeira ordem (excitação estática), mantendo-se os valores para os parâmetros do regulador de tensão. Uma outra modificação foi considerar o gerador síncrono da barra 39, o de número 10, como tendo inércia infinita e impedância

interna muito baixa (barramento infinito). Para esta nova situação o sistema mostra-se instável. Será usada neste trabalho essa última representação, porém adotando-se os valores de impedância interna e inércia do gerador 10, como aparecem nos dados originais apresentados em [13], ou seja  $x'_d = 0.006 \text{ p.u.}$  e  $H = 500 \text{ MW.s/MVA}$ . O gerador da barra 39 será representado por um modelo clássico e os demais por um modelo de pólos salientes sem enrolamentos amortecedores.

Este sistema será alvo de testes para o ajuste de 3 tipos distintos de ESPs pelo método proposto neste trabalho e de um ajuste do tipo sequencial clássico.

### 6.2.3 Sistema Equivalente Sul-Sudeste

O sistema designado aqui por equivalente Sul-Sudeste brasileiro é o resultado da redução de um sistema maior, descrito na subseção seguinte. O objetivo deste sistema é representar de maneira mais detalhada a rede atual da região Sul do Brasil. Apenas uma pequena parte do sistema Sudeste é preservada. A rede elétrica restante é representada por um gerador fictício na subestação de Tijuco Preto. Este sistema serviu para testes de desempenho do método de cálculo do ganho ótimo via integração numérica de forma esparsa no Capítulo V. Ele será usado no capítulo corrente para estudos relativos ao ajuste de controladores pelo método de controle ótimo com restrições estruturais.

O equivalente Sul-Sudeste apresenta 77 barras e 13 geradores. Parte do seu diagrama unifilar, dados do fluxo de carga, bem como as condições operativas são mostrados no Apêndice B. As máquinas neste sistema foram representadas por modelo de pólos salientes e com efeitos subtransitórios, exceto o gerador fictício representando o equivalente Sudeste, para o qual usou-se um modelo clássico [3]. Os sistemas de excitação de todas as máquinas são considerados do tipo estático, com  $K_a = 30 \text{ p.u.}$  e  $T_a = 0.05 \text{ s}$ , conforme usado em outros trabalhos [75, 73, 74]. A este sistema-teste acrescentaram-se equipamentos FACTS com o objetivo de projetar controladores para estes dispositivos utilizando a

técnica proposta. Os seguintes casos de interesse foram considerados:

CASO A) Sistema sem equipamentos FACTS;

CASO B) Sistema com geradores síncronos, 1 CER e 1 TCSC;

CASO C) Sistema com geradores síncronos, 1 CER, 1 TCSC e 2 PHSs.

O CER foi acrescentado à barra 1134 (barra de Ivaiporã 750 kV); O TCSC foi conectado substituindo-se uma das capacitâncias série da compensação série-dupla na subestação de Itaberá; os PHSs foram simulados substituindo-se transformadores existentes com taps nominais fixos nas ligações 1167-1163 (transformador na subestação de T. Preto) e 749-748 (transformador na subestação F. Areia), mostradas nos dados apresentados no Apêndice B. O ângulo considerado para o defasador angular foi de  $\alpha \approx 0^\circ$ . Esta consideração foi feita para não modificar as condições do fluxo de carga base.

Os equipamentos FACTS foram alocados nas barras e ligações citadas tendo em vista a existência de equipamentos físicos similares nas respectivas subestações. Portanto, esses não são necessariamente os melhores locais para alocação dos equipamentos FACTS, os quais devem ser melhor avaliados através de uma análise que envolva ferramentas computacionais adequadas como o método de resíduos [53, 65, 61] (Apêndice C).

Os dados de máquinas para o sistema equivalente Sul-Sudeste e do controle primário dos FACTS são também mostrados no Apêndice B.

O número total de estados no CASO A), na situação em que o sistema não possui controle adicional, é 74; na condição B) 78 estados e na situação C) 82 estados. Os autovalores dominantes em malha aberta para as três condições são mostrados na Tabela 6.2

Através da análise dos autovalores verifica-se que o sistema é instável para a condição estudada. O modo instável apresenta uma frequência de oscilação de 0.55 Hz. A inclusão dos equipamentos FACTS praticamente não altera essa frequência, entretanto introduz uma melhora no amortecimento do modo instável (CASO B) e CASO C)). Observa-se que a introdução dos PHSs (CASO C)) melhora o amortecimento dos modos pouco

Tabela 6.2: Autovalores em malha aberta para o sistema equivalente Sul-Sudeste

<i>CASO A</i>	<i>CASO B</i>	<i>CASO C</i>
$-0,346 \pm j7,77$	$-0,346 \pm j7,77$	$-0,549 \pm j7,90$
$-0,427 \pm j7,06$	$-0,427 \pm j7,06$	$-0,467 \pm j7,07$
$-0,352 \pm j6,72$	$-0,352 \pm j6,72$	$-0,420 \pm j6,76$
$-0,204 \pm j5,89$	$-0,202 \pm j5,90$	$-0,303 \pm j5,88$
$-0,043 \pm j4,95$	$-0,057 \pm j4,98$	$-0,073 \pm j4,98$
$0,215 \pm j3,46$	$0,083 \pm j3,44$	$0,017 \pm j3,33$

amortecidos e diminui o amortecimento negativo do modo instável. A frequência de oscilação do modo instável caracteriza uma oscilação interárea (frequência na faixa de 0.1 a 0.7 Hz). Esta característica é também verificada através dos fatores de participação, que identificam uma participação mais significativa da máquina equivalente do Sudeste, seguida de participações da máquina representativa da usina de Itaipú. As contribuições das demais máquinas são menores.

#### 6.2.4 Sistema Sul-Sudeste Interligado

O sistema interligado Sul-Sudeste estudado neste trabalho tem 750 barras, 923 interligações e mais de 200 geradores. Além disso, este sistema possui uma interligação assíncrona em corrente contínua que conecta a geração em 50 Hz da usina de Itaipú com o sistema de 60 Hz do Sudeste. Entretanto, neste estudo, o elo CC não será explicitamente representado. Seu efeito é levado em conta sob a forma de uma injeção de potência na barra inversora (subestação de São Roque). O sistema síncrono que opera à frequência de 60 Hz, é composto por dois grandes subsistemas: Sudeste e Sul. A interligação entre os dois subsistemas é feita por linhas de 500 kV e de 230 kV. Além disso, ligações com redes da região Centro-Oeste também fazem parte dessa interligação.

Para efeito da análise da estabilidade a pequenos sinais, representou-se dinamicamente somente aqueles geradores com potência superior a cerca de 100 MVA, totalizando 40 geradores. Tais geradores constituem as principais máquinas de todo sistema interligado.

Os demais foram representados por impedâncias negativas.

A condição de operação estudada neste trabalho refere-se à situação de carga pesada relativa ao ano de 1989. As 40 máquinas foram representadas por um modelo de pólos salientes e enrolamentos amortecedores. Os sistemas de excitação usados são do tipo IEEE - DC1 e também do tipo estático. Na maioria das máquinas, foi utilizado este último tipo devido à opção por um modelo mais simples, embora se reconheça que esta aproximação nem sempre corresponde à realidade. A alternativa aqui escolhida deve-se à grande diversidade de sistemas em estudo, muitos deles de difícil representação. Os sistemas de excitação que se enquadram nos modelos apresentados neste trabalho foram mantidos com seus valores originais.

### **6.3 Síntese de Controladores para FACTS no Sistema Máquina-Barra Infinita**

Nesta seção apresentam-se os resultados para o projeto de controladores associado a dispositivos FACTS utilizando-se o sistema máquina-barra infinita. A síntese dos controladores adicionais utiliza a técnica de controle ótimo com restrições estruturais via abordagem das equações de Chandrasekhar.

A Tabela 6.3 mostra os autovalores em malha fechada (inclusão de sinais adicionais nos FACTS). Na situação do CASO B) da subseção 6.2 utiliza-se um sinal adicional no PHS derivado da velocidade do rotor do gerador. Na situação do CASO C) da mesma subseção, o sinal suplementar do PHS é derivado da velocidade do rotor da máquina, enquanto que o do TCSC é derivado da potência do gerador.

A seguir apresentam-se resultados de uma simulação não-linear referentes às situações das Tabelas 6.1 e 6.3. O distúrbio aplicado é uma variação de 10 MW (1 %) na potência

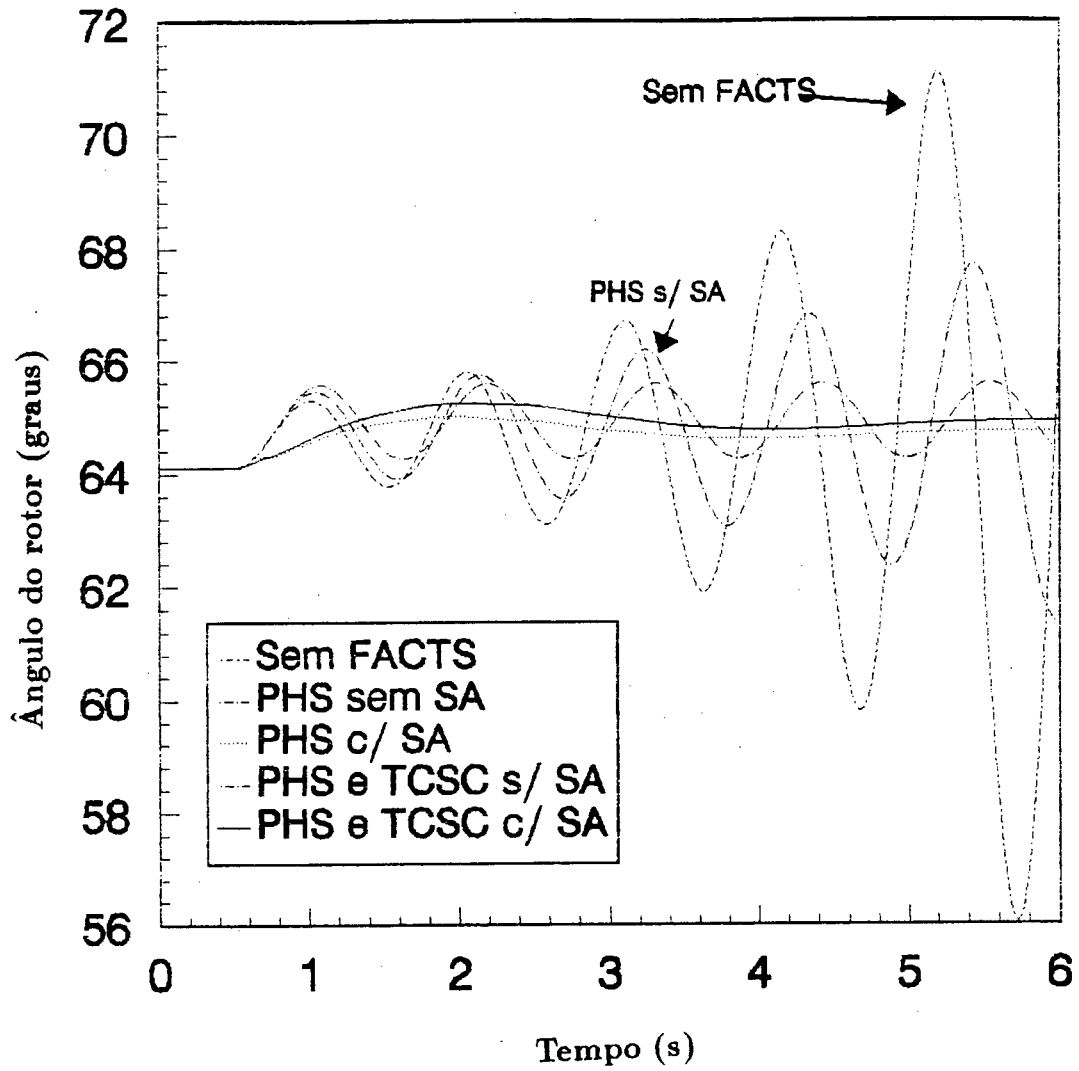


Figura 6.2: Simulação não-linear do sistema máquina-barra infinita

Tabela 6.3: Autovalores em malha fechada do sistema máquina-barra infinita

S. Adicional CASO B)	S. Adicional CASO C)
-144,005	-143,698
-24,470	-51,706
-16,474	-24,460
$-6,417 \pm j7,39$	-16,241
$-0,950 \pm j6,06$	$-20,002 \pm j0,41$
$-2,976 \pm j4,22$	$-6,150 \pm j6,78$
-6,447	$-1,061 \pm j6,03$
-	$-3,277 \pm j3,77$
-	-3,422

do gerador a partir do instante 0,5 s. A Figura 6.2 mostra a resposta à perturbação introduzida nas 5 situações das tabelas anteriores. Estas curvas confirmam o bom desempenho já verificado via análise de autovalores.

## 6.4 Síntese de Controladores do Sistema New England

Nesta seção apresenta-se o resultado do projeto de estabilizadores para geradores síncronos, derivados de sinais da potência elétrica da barra terminal geradora, da velocidade e da combinação dinâmica desses dois sinais. Usa-se para este objetivo a técnica apresentada no Capítulo IV, baseada no cálculo do ganho ótimo com restrições estruturais, e que explora técnicas de esparsidade. Considera-se um projeto de controladores de sistemas de potência adequado quando proporciona um amortecimento mínimo de 5 % em malha fechada. Este critério é adotado como diretriz de projeto para todos os resultados neste capítulo.

Um projeto convencional para os ESPs derivados da velocidade é realizado para fins de comparação com a técnica de projeto integrado.

Foram alocados 9 estabilizadores nas máquinas de 1 a 9 para o sistema New England para ambos os tipos de projeto.

No projeto envolvendo a técnica de controle ótimo com restrições estruturais, penalizam-se apenas os estados correspondentes aos desvios de velocidade. Estes estados são os que devem ter menor variação, tendo em vista a sua dominância nas oscilações eletromecânicas, o que justifica a sua escolha como elementos a serem ponderados. A ponderação das variáveis de controle é suposta diagonal devido à natureza descentralizada do problema.

Aplicou-se a técnica de projeto integrado dos controladores baseada no cálculo dos

ganhos com restrições estruturais, com o ganho ótimo sendo calculado a cada iteração através do Algoritmo 4.2. Adota-se  $\epsilon_o = 0,0005$  como tolerância para convergência do algoritmo, enquanto o passo de integração adotado é de  $h = 0,02$  s.

### 6.4.1 ESPs Derivados da Potência Elétrica

As 9 máquinas com controladores derivados da potência elétrica tiveram os seus desvios de velocidade ponderados. Os elementos não-nulos correspondentes à ponderação diagonal desses desvios são:

$$Q_{\text{não-nulo}}^{\text{diag}} = [2 \ 1 \ 1 \ 1 \ 3 \ 3 \ 3 \ 0,5 \ 40] \times 10^5$$

Antes de discutir as ponderações diagonais usadas para o controle de cada máquina, observe-se que cada conjunto de 3 elementos diagonais de  $\mathbf{R}$  está associado a uma máquina. Assim, os sinais de controle de 1 a 3 estão associados a máquina 1; os controles de 4 a 6 estão relacionados com a máquina 2; etc.. Os valores utilizados para as ponderações são dados abaixo, sob a forma de submatrizes  $\mathbf{R}_i$ , onde  $i = 1$  corresponde à máquina 1, e  $i = 1, \dots, 9$ .

$$\mathbf{R}_1 = \text{diag}\{4 \ 1 \ 1\}$$

$$\mathbf{R}_2 = \text{diag}\{20 \ 1 \ 1\}$$

$$\mathbf{R}_3 = \text{diag}\{20 \ 1 \ 1\}$$

$$\mathbf{R}_4 = \text{diag}\{15 \ 2 \ 2\}$$

$$\mathbf{R}_5 = \text{diag}\{1000 \ 1,011 \ 1,51\}$$

$$\mathbf{R}_6 = \text{diag}\{40 \ 1,011 \ 1,01\}$$

$$\mathbf{R}_7 = \text{diag}\{1000 \ 1,011 \ 1,51\}$$

$$\mathbf{R}_8 = \text{diag}\{40 \ 1,001 \ 1,001\}$$



$$\mathbf{R}_9 = \text{diag}\{1000 \ 1,001 \ 1,0\}$$

Tanto as matrizes de ponderação de estados quanto de controle, tendo em vista o ajuste de controladores de sistemas de potência, foram escolhidas de forma empírica, mas levando-se em conta resultados de diversos testes efetuados em sistemas de potência [72, 73, 75, 33, 32, 31, 74]. Os resultados mostraram que a matriz de ponderação de controle  $\mathbf{R}$  está relacionada com o tipo de sinal de realimentação de saída usado. Por sua vez, a matriz de ponderação de estados  $\mathbf{Q}$  está mais relacionada com a norma da matriz ganho de realimentação, independente do tipo de sinal. Ou seja estados fortemente penalizados têm amplitude bastante limitada, os quais necessitam de um esforço de controle também considerável e vice-versa. O critério de ponderação de controle baseado no tipo de sinal de saída e da limitação da matriz ganho nortearam a escolha das matrizes de  $\mathbf{R}$  e  $\mathbf{Q}$  que são usadas nesse projeto e nos das demais seções.

As constantes de tempo correspondentes aos pólos do EŚP foram fixadas em  $T_2 = T_4 = 0,28 \text{ s}$  para todas máquinas.

Menos de 100 amostras foram necessárias para atingir a tolerância estabelecida para convergência do ganho em regime, em todas iterações do processo de descentralização. Verifica-se que com 15 iterações do algoritmo que calcula o ganho com restrições, é possível atingir o amortecimento mínimo para os autovalores em malha fechada (sistema com ESPs calculados na iteração). Este critério é usado como parada para o algoritmo neste teste e nos demais a seguir. Na última iteração, do teste, o erro relativo  $\varrho$ , conforme definido no Algoritmo 4.3 atinge 0.04. Simulações efetuadas com mais iterações mostraram que embora esse erro diminua, não observam-se melhoras significativas no amortecimento dos modos dominantes.

A Tabela 6.4 apresenta os parâmetros dos ESPs derivados da potência elétrica sintetizados pela técnica proposta, enquanto que a Tabela 6.8 mostra os respectivos autovalores em malha fechada (coluna 2) juntamente com os autovalores em malha aberta (coluna 1).

Tabela 6.4: Parâmetros dos ESPs para o sistema New England derivados da Potência elétrica

<i>Máquina</i>	$K_{pe}$	$T_1$ (s)	$T_3$ (s)
1	0,3903	0,2220	0,3509
2	0,2203	0,1518	0,4856
3	0,2053	0,1603	0,4773
4	0,2338	0,2069	0,3761
5	0,0634	0,0217	1,9520
6	0,1176	0,1215	0,6287
7	0,0287	0,0228	2,6680
8	0,0683	0,1242	0,6196
9	0,1250	0,0274	1,7570

A Figura 6.3 apresenta a resposta de fase no domínio da frequência de alguns estabilizadores sintetizados para o sistema New England.

Realizou-se ainda uma simulação não-linear para o sistema New England com e sem a presença dos estabilizadores projetados. Para avaliar o desempenho da ação dos estabilizadores simulou-se um curto-circuito trifásico na linha entre as barra 14-15, sendo o distúrbio aplicado do lado da barra 14. A falta inicia-se no instante de tempo  $t = 0$  e é eliminada com 50 milisegundos sem abertura da linha. A Figura 6.4 apresenta a resposta no tempo para a falta considerada nos casos de sistema em malha aberta e sistema equipado com ESPs derivados da potência elétrica.

O projeto integrado de ESPs derivados da potência elétrica apresenta ganhos do compensador dinâmico abaixo de 1 p.u., como é típico para controladores desta natureza. Valores baixos de ganho são benéficos porque não produzem saturação do estabilizador. A ação dos ESPs sobre o sistema propicia um amortecimento de 14 % para o modo dominante de mais baixa frequência e amortecimento superior a 6,5 % para os modos dominantes de frequência mais alta, conforme se observa a partir da coluna 2 da Tabela 6.8. A simulação não-linear mostrada na Figura 6.4 comprova o elevado amortecimento evidenciado pela análise linear. As características de fase dos estabilizadores apresentam

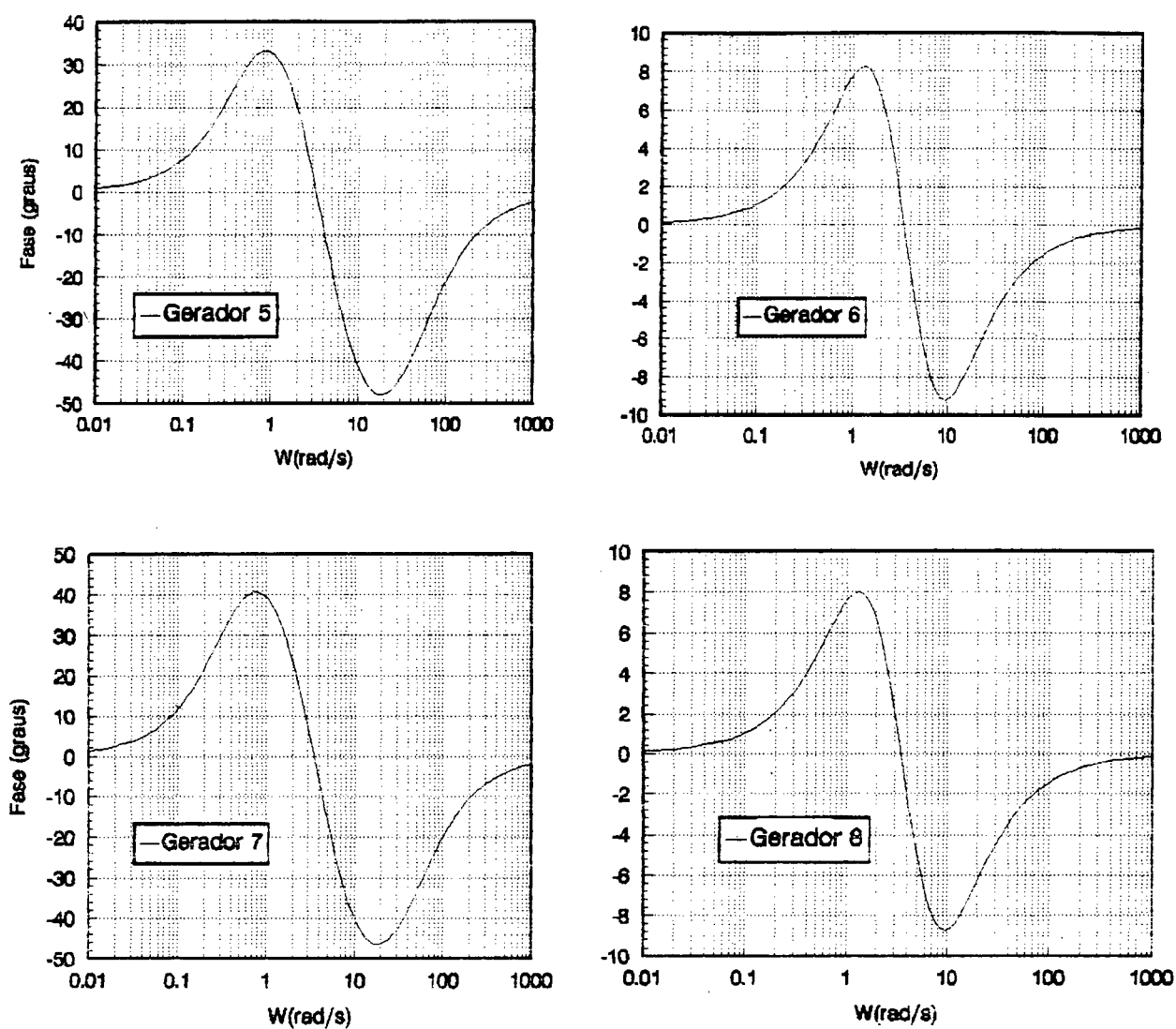


Figura 6.3: Resposta de fase no domínio da frequência para os ESPs do sistema New England derivados da potência elétrica

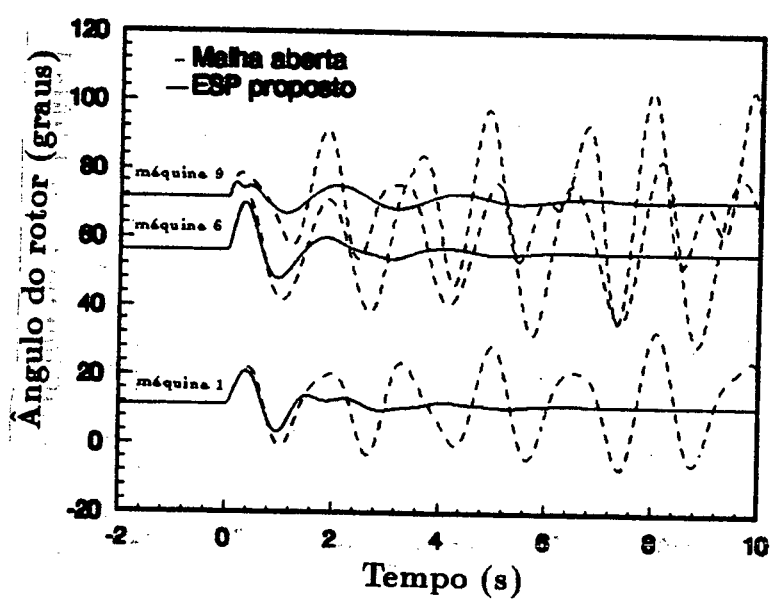


Figura 6.4: Sistema New England em malha aberta e com ESPs derivados da potência elétrica

atraso de fase na faixa de frequência dos modos eletromecânicos. Características dessa natureza também são obtidas pelos métodos clássicos de síntese de ESPs.

### 6.4.2 ESPs Derivados da Velocidade

As 9 máquinas selecionadas para alocação de controladores derivados da velocidade tiveram os seus desvios de velocidade ponderados. Os elementos não-nulos correspondentes a ponderação diagonal desses estados são:

$$\mathbf{Q}_{\text{não-nulo}}^{diag} = [2 \ 1 \ 1 \ 1 \ 5 \ 3 \ 3 \ 0,5 \ 20] \times 10^5$$

A ponderação diagonal usada para o controle de cada máquina, da mesma forma como na ponderação para ESPs derivados da potência elétrica, é:

$$\mathbf{R}_1 = diag\{60 \ 1 \ 0,0001\}$$

$$\mathbf{R}_2 = diag\{110 \ 1,001 \ 0,003\}$$

$$\mathbf{R}_3 = diag\{70 \ 1,001 \ 0,003\}$$

$$\mathbf{R}_4 = diag\{70 \ 1,00 \ 0,0009\}$$

$$\mathbf{R}_5 = diag\{1800 \ 1,001 \ 1,5\}$$

$$\mathbf{R}_6 = diag\{190 \ 1,001 \ 0,01\}$$

$$\mathbf{R}_7 = diag\{1800 \ 1,001 \ 1,5\}$$

$$\mathbf{R}_8 = diag\{240 \ 1,001 \ 0,001\}$$

$$\mathbf{R}_9 = diag\{2000 \ 1,001 \ 1,00\}$$

As constantes de tempo correspondentes aos pólos do ESP foram fixadas em  $T_2 = T_4 = 0,05 \text{ s}$  para todas máquinas.

Mais uma vez, menos de 100 amostras foram necessárias para atingir a tolerância estabelecida para convergência do ganho em regime, em todas iterações do processo de

Tabela 6.5: Parâmetros dos ESPs para o sistema New England derivados da velocidade

<i>Máquina</i>	$K_\omega$	$T_1$ (s)	$T_3$ (s)
1	2,737	$0,970 \times 10^{-4}$	25,770
2	2,584	$0,502 \times 10^{-3}$	4,982
3	5,049	$0,932 \times 10^{-3}$	2,683
4	2,892	$0,315 \times 10^{-3}$	7,941
5	5,012	$0,110 \times 10^{-1}$	0,229
6	2,325	$0,732 \times 10^{-3}$	3,426
7	3,759	$0,108 \times 10^{-1}$	0,235
8	0,707	$0,868 \times 10^{-4}$	28,890
9	14,980	$0,790 \times 10^{-2}$	0,321

descentralização. Verificou-se que com 15 iterações do algoritmo que calcula o ganho com restrições o erro relativo era menor que 0,03, propiciando ao sistema um amortecimento satisfatório para os autovalores em malha fechada (com controlador dinâmico).

A Tabela 6.5 apresenta os parâmetros dos ESPs derivados da velocidade sintetizados, enquanto os respectivos autovalores em malha fechada são apresentados na terceira coluna da Tabela 6.8.

A Figura 6.5 apresenta a resposta em fase no domínio da frequência dos estabilizadores sintetizados.

Uma simulação não-linear tal como aquela efetuada para o sistema equipado com ESPs derivados da potência elétrica foi realizada, agora utilizando estabilizadores derivados da velocidade. A Figura 6.6 apresenta a resposta no tempo para a falta considerada.

Não é comum, durante a síntese de controladores via método de controle ótimo com restrições estruturais, a ocorrência de resultados com ganhos e/ou constantes de tempo negativos para ESPs derivados da velocidade e/ou potência elétrica. Esta característica está relacionada às ponderações de estados e esforços de controle. Mesmo nestas circunstâncias o sistema em malha fechada apresenta elevado amortecimento dos modos eletromecânicos. Na referência [54] características dessa natureza são estudadas na síntese de controladores via métodos frequenciais do tipo seqüencial.

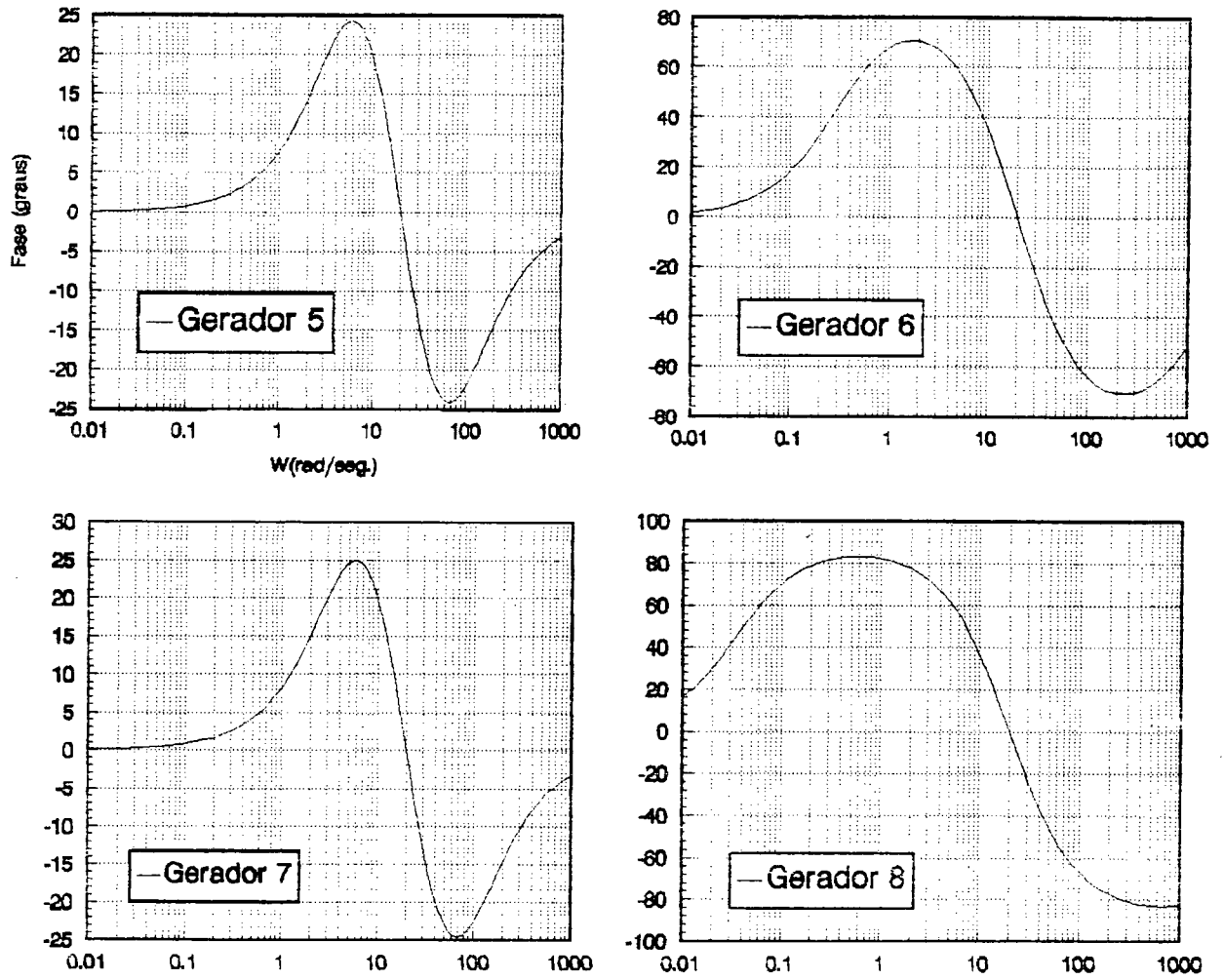


Figura 6.5: Resposta de fase no domínio da frequência para os ESPs do sistema New England derivados da velocidade

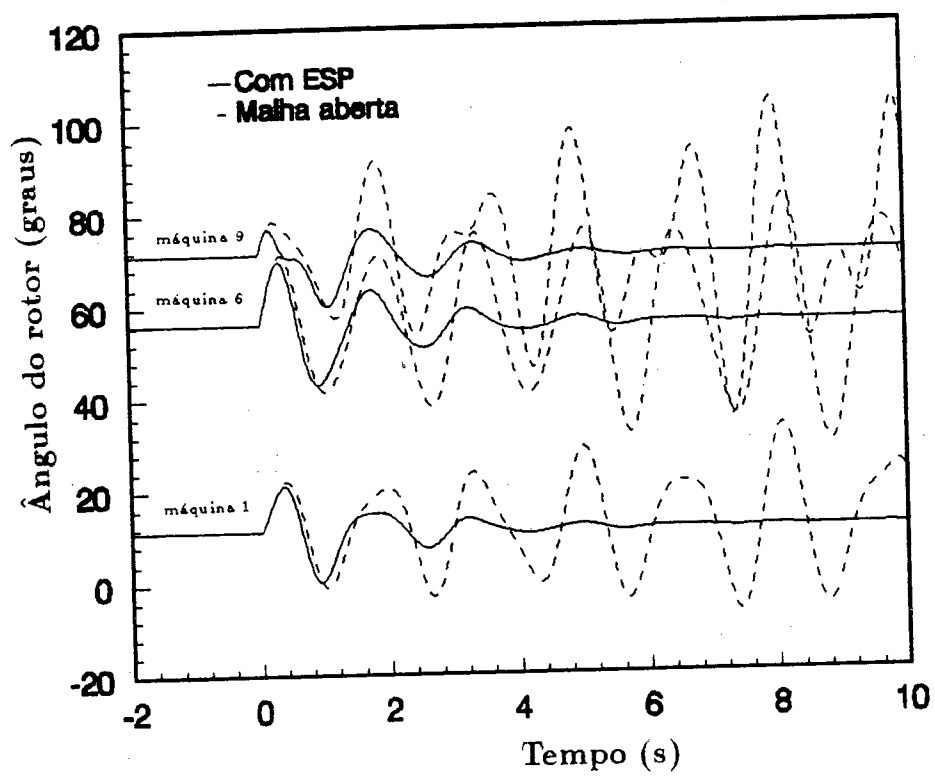


Figura 6.6: Sistema New England em malha aberta e com ESPs derivados da velocidade



Tabela 6.6: Parâmetros dos ESPs para o sistema New England derivados da velocidade (alguns ESPs com atraso de fase)

<i>Máquina</i>	$K_\omega$	$T_1$ (s)	$T_3$ (s)
1	-8,173	$0,295 \times 10^{-4}$	-9,879
2	-2,194	$0,674 \times 10^{-4}$	-10,390
3	-1,993	$0,916 \times 10^{-4}$	-11,800
4	-5,128	$-0,104 \times 10^1$	-0,002
5	2,471	$0,764 \times 10^{-2}$	0,744
6	1,454	$0,783 \times 10^{-3}$	4,519
7	1,317	$0,755 \times 10^{-2}$	1,238
8	-1,920	$0,488 \times 10^{-4}$	-8,776
9	13,060	$0,235 \times 10^{-1}$	0,264

A Tabela 6.6 mostra o caso para parâmetros dos ESPs derivados da velocidade em que se tem ganhos e/ou constantes de tempo negativos. A quarta coluna da Tabela 6.8 apresenta os autovalores em malha fechada para o sistema com os estabilizadores sintetizados para esta situação.

As curvas de fase no domínio da frequência para os estabilizadores sintetizados com as características descritas anteriormente são apresentadas na Figura 6.7. Observa-se que ocorre avanço de fase na faixa de frequência dos modos eletromecânicos, apesar da presença de ganho negativos, o que não é recomendável para estabilizadores derivados da velocidade [54]. Esta é uma característica encontrada também para estabilizadores com ganhos positivos (Figura 6.5). Entretanto no primeiro caso o fato dos zeros do controlador estarem no semi-plano complexo direito reflete-se uma margem de ganho reduzida. Quando apenas o ganho é negativo ou uma das constantes de tempo apresenta parte real negativa ocorre atraso de fase e também a margem de ganho fica reduzida [54].

Realizou-se mais uma vez simulação não-linear, aplicando-se o mesmo distúrbio dos casos anteriores. A resposta no tempo para o ângulo do rotor com e sem a presença dos estabilizadores projetados (caso com ganhos negativos para velocidade) é mostrada na Figura 6.8.

Os resultados em termos de autovalores e simulação não-linear para o sistema equipado

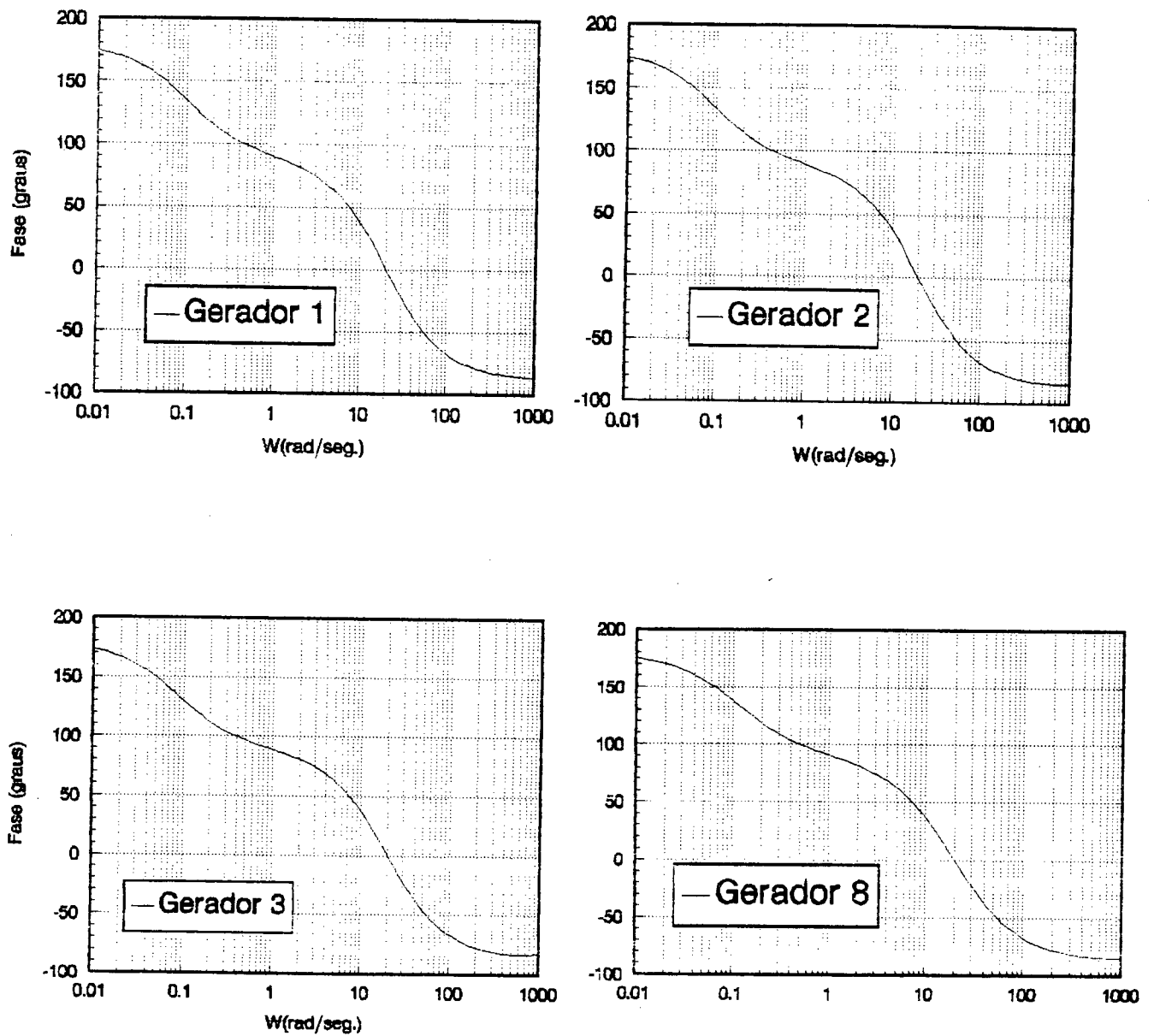


Figura 6.7: Resposta de fase no domínio da frequência para os ESPs derivados da velocidade e com ganhos e/ou constantes de tempo negativos

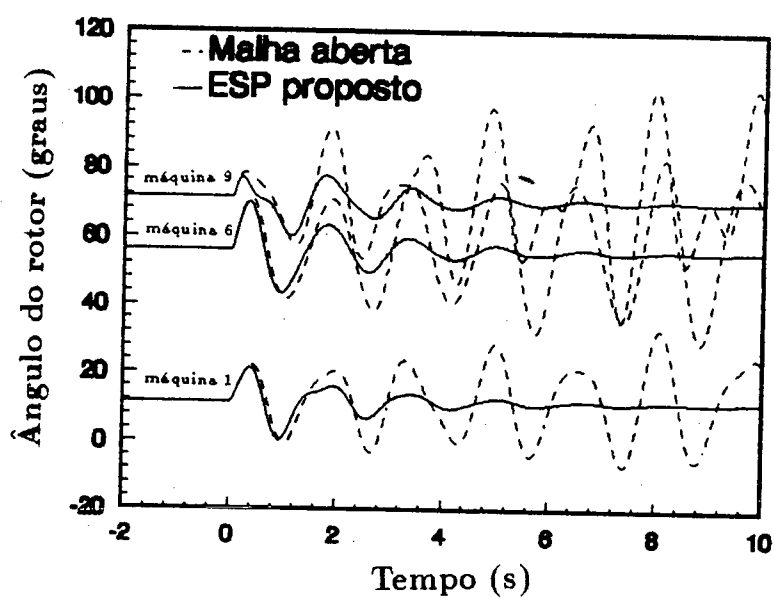


Figura 6.8: Sistema New England em malha aberta e com ESPs derivados da velocidade (ganhos negativos)

com ESPs derivados da velocidade são muito semelhantes àqueles obtidos com ESPs derivados da potência elétrica. Porém diferenças são encontradas nos módulos dos ganhos que são em geral bem maiores no caso de ESPs derivados da velocidade. Uma outra diferença está na característica de fase que apresenta avanço na faixa de frequências correspondente aos modos eletromecânicos. Porém, controladores com atraso de fase para sinais derivados da velocidade também podem ser sintetizados. Esta característica entretanto não é recomendável devido à estreita margem de ganho obtida para o sistema [54].

### 6.4.3 ESPs Derivados de Dois Sinais

Neste item apresentam-se resultados para o projeto de ESPs derivados de uma combinação dinâmica da potência elétrica e velocidade. Os elementos não-nulos correspondentes à ponderação diagonal dos desvios de velocidade usados encontram-se na matriz:

$$\mathbf{Q}_{\text{não-nulo}}^{diag} = [2 \ 1 \ 1 \ 1 \ 3 \ 3 \ 3 \ 0,5 \ 40] \times 10^5$$

A ponderação diagonal usada para o controle de cada máquina é:

$$\mathbf{R}_1 = diag\{13 \ 3 \ 3\}$$

$$\mathbf{R}_2 = diag\{20 \ 1 \ 1\}$$

$$\mathbf{R}_3 = diag\{20 \ 1 \ 1\}$$

$$\mathbf{R}_4 = diag\{15 \ 2 \ 2\}$$

$$\mathbf{R}_5 = diag\{1000 \ 1,011 \ 1,51\}$$

$$\mathbf{R}_6 = diag\{40 \ 1,011 \ 1,01\}$$

$$\mathbf{R}_7 = diag\{1000 \ 1,011 \ 1,51\}$$

$$\mathbf{R}_8 = diag\{40 \ 1,001 \ 1,001\}$$

$$\mathbf{R}_9 = diag\{1000 \ 1,001 \ 1,0\}$$

Tabela 6.7: Parâmetros dos ESPs derivados da Potência elétrica e velocidade para o sistema New England

<i>Máquina</i>	$K_{pe}$	$T_1$ (s)	$T_3$ (s)	$K_\omega$	$T_1$ (s)	$T_3$ (s)
1	0,3597	0,0499	0,2805	36,640	0,0499	0,2801
2	0,1573	0,0480	0,2918	4,215	0,0465	0,3055
3	0,1412	0,0480	0,2916	4,493	0,0470	0,3021
4	0,1806	0,0493	0,2843	2,030	0,0514	0,2753
5	0,0381	0,0228	0,5906	5,387	0,0192	0,8112
6	0,1054	0,0461	0,3033	6,404	0,0446	0,3191
7	0,0259	0,0222	0,6183	4,754	0,0221	0,6995
8	0,0578	0,0459	0,3051	0,146	0,0504	0,3764
9	0,0767	0,0207	0,6602	35,110	0,0202	0,7171

Esta ponderação dos controles é basicamente aquela adotada para ESPs que usam apenas a potência elétrica como sinal modulador.

As constantes correspondentes aos pólos do ESP foram fixadas em  $T_2 = 0,05$  s e  $T_4 = 0,28$  s para todas máquinas.

Menos de 140 amostras foram necessárias para atingir a tolerância estabelecida para convergência do ganho em regime. Verificou-se que com apenas 2 iterações do algoritmo que calcula o ganho com restrições, o sistema apresenta um amortecimento satisfatório para os autovalores em malha fechada (com controlador dinâmico).

A Tabela 6.7 apresenta os parâmetros dos ESPs derivados dos dois sinais sintetizados. Por sua vez, a coluna 5 da Tabela 6.8 mostra os autovalores em malha fechada.

Os resultados do projeto de ESPs com dois sinais mostram que a ação destes controladores é bastante eficaz na introdução de amortecimento positivo para o sistema. O elevado amortecimento dos autovalores dominantes em malha fechada confirmam esta afirmação. O projeto com esta topologia de controlador é o mais fácil de ser efetuado, pois há maior observabilidade do sistema. Conseguem-se bons amortecimentos para os autovalores em malha fechada com poucas iterações do problema de controle ótimo com restrições estruturais. Contudo, nota-se que os parâmetros dos estabilizadores são semelhantes àqueles obtidos pelo projeto com estrutura de sinal monovariável, isto é, ganhos em geral maiores

Tabela 6.8: Autovalores dominantes em malha aberta e malha fechada do sistema New England

<i>M. Aberta</i>	<i>ESP <math>P_e</math></i>	<i>ESP <math>\omega</math></i>	<i>ESP <math>\omega - K_c</math> negativos</i>	<i>ESP <math>P_e + \omega</math></i>
-0,292 $\pm j$ 8,41	-2,598 $\pm j$ 9,66	-0,502 $\pm j$ 10,07	-0,925 $\pm j$ 9,56	-2,319 $\pm j$ 8,75
-0,331 $\pm j$ 8,55	-0,555 $\pm j$ 8,58	-1,056 $\pm j$ 9,84	-0,986 $\pm j$ 9,13	-0,493 $\pm j$ 8,53
-0,264 $\pm j$ 8,52	-1,860 $\pm j$ 8,42	-0,619 $\pm j$ 9,00	-0,508 $\pm j$ 8,84	-1,279 $\pm j$ 8,36
0,003 $\pm j$ 7,06	-0,507 $\pm j$ 7,17	-2,239 $\pm j$ 8,23	-0,412 $\pm j$ 8,02	-0,429 $\pm j$ 7,15
-0,220 $\pm j$ 7,16	-1,121 $\pm j$ 7,53	-0,489 $\pm j$ 7,82	-0,773 $\pm j$ 8,41	-0,815 $\pm j$ 7,38
-0,100 $\pm j$ 6,76	-1,074 $\pm j$ 7,03	-0,554 $\pm j$ 7,84	-0,787 $\pm j$ 7,30	-1,001 $\pm j$ 6,94
0,126 $\pm j$ 6,06	-1,810 $\pm j$ 5,51	-0,505 $\pm j$ 7,12	-1,152 $\pm j$ 7,27	-1,087 $\pm j$ 6,39
0,035 $\pm j$ 6,27	-0,539 $\pm j$ 2,96	-0,425 $\pm j$ 6,60	-0,846 $\pm j$ 6,67	-0,810 $\pm j$ 3,85
0,068 $\pm j$ 4,08	-0,328 $\pm j$ 2,40	-0,637 $\pm j$ 4,00	-0,488 $\pm j$ 3,92	-1,433 $\pm j$ 2,14

que 1 p.u. para ESPs derivados da velocidade e ganhos menores que 1 p.u. para ESPs derivados da potência elétrica.

A Tabela 6.8 sumariza os autovalores para o sistema em malha fechada dotado dos estabilizadores projetados para as quatro situações anteriores.

## 6.5 Projeto Convencional de ESP

O objetivo desta seção é apresentar uma forma de ajuste clássico de ESP baseado em sucessivas representações do sistema na forma máquina-barra infinita [3, 87]. Neste tipo de representação, cada máquina do sistema é conectada através de uma linha equivalente a uma barra considerada como barra infinita. Supõe-se que a barra infinita represente o restante do sistema (equivalente Thévenin).

A barra infinita é conectada através de uma linha equivalente contendo uma resistência  $R_e$  e uma reatância  $X_e$ . A técnica para obtenção do modelo equivalente encontra-se bem descrita no Capítulo 8 da referência [3]. A técnica de redução consiste basicamente na determinação de seis constantes  $K$  do modelo de Heffron-Phillips [22, 3, 87, 64].

Os modelos de sistemas máquina-barra infinita são usados para avaliação do atraso de fase gerado pela malha de tensão do gerador (malha reativa) na frequência do modo

Tabela 6.9: Parâmetros dos ESPs obtidos pelo modelo clássico e algumas características modais e de fase

<i>Máquina</i>	$\zeta_n$	$\omega_n$	$a$	$T_1$ (s)	$K_c$	$\phi_m(\text{graus})$
1	0,0034	7,05	10,327	0,044	10,49	110,86
2	0,0120	6,62	8,893	0,051	1,17	105,80
3	0,0105	6,63	9,752	0,048	0,91	108,97
4	0,0108	8,10	11,147	0,037	0,63	113,31
5	0,0048	6,07	5,002	0,074	0,36	83,64
6	0,0099	7,23	6,842	0,053	1,54	96,31
7	0,0095	7,97	4,595	0,059	0,23	79,96
8	0,0112	8,27	7,115	0,045	1,23	97,80
9	0,0174	5,84	3,330	0,094	0,17	65,10

eletromecânico. A partir deste atraso, projeta-se um controlador de avanço de fase (caso em que a velocidade é usada como sinal de entrada do ESP) para compensar o atraso introduzido por aquela malha. A referência [87] apresenta um procedimento para ajuste das constantes de tempo dos estabilizadores, cujo controlador é do tipo:

$$ESP(s) = K_c \frac{(1 + saT_1)^q}{(1 + sT_1)^q} \tag{6.1}$$

onde  $q$  é o número de estágios de avanço de fase,  $a$  é um parâmetro maior que 1,  $T_1$  é uma constante de tempo e  $K_c$  é o ganho do ESP.

Os parâmetros que devem ser ajustados são  $a$ ,  $T_1$  e  $K_c$ .

Usando-se o método mencionado anteriormente, foram projetados 9 ESPs derivados da velocidade para o sistema “New England”. Para cada estabilizador, usaram-se dois estágios do tipo avanço-atraso de fase da Equação (6.1). Os parâmetros obtidos são mostrados na Tabela 6.9. Nesta tabela,  $\zeta_n$  representa o amortecimento,  $\omega_n$  é a frequência natural não amortecida da máquina e  $\phi_m$  é o atraso de fase da malha reativa na frequência  $\omega_n$ .

Os valores de frequência natural obtidos, usando-se a representação simplificada do sistema, estão muito próximos daqueles obtidos em [64], referência na qual é empregado o modelo de Heffron-Phillips generalizado (leva em conta todas máquinas oscilando contra

uma barra infinita).

Foram incorporados os estabilizadores projetados sequencialmente no modelo multimáquinas. Esta estratégia não estabilizou o sistema, pois efetuando-se uma análise de autovalores para o sistema global, observa-se a presença de um autovalor instável na frequência do modo interárea. Este resultado era previsível, uma vez que a técnica aplicada não leva em conta as oscilações entre áreas, sendo mais adequada para o projeto de controladores para amortecimento de modos locais. Para se estabilizar o sistema como um todo e obter um bom amortecimento, deve-se alterar os valores de ganhos e verificar o seu desempenho transitório conforme sugerido em [3]. Porém, ao invés de realizar simulações não-lineares para verificar a influência do ganho sobre a resposta do sistema no tempo, como sugerido em [3], optou-se por uma análise de autovalores. Verificou-se então, por tentativas, que alterando-se os ganhos das máquinas 3, 4, 5, 7 e 9 respectivamente para 4, 4, 4, 3 e 6, foi possível estabilizar o sistema com um amortecimento mínimo de 4,2 %. Os autovalores dominantes tornaram-se  $-0,29 \pm j7,05$  e  $-0,206 \pm j3,89$ . Deve-se enfatizar que melhores amortecimentos poderiam ser obtidos, porém às custas de outras tentativas que poderiam resultar em sucesso ou não.

A Figura 6.9 exibe uma simulação não-linear para o mesmo tipo de perturbação aplicada nos casos anteriores. As curvas mostram o desempenho do sistema em malha aberta e em malha fechada para estabilizadores projetados pelo método integrado proposto nesta tese e pelo método sequencial analisado anteriormente, ambos derivados da velocidade.

A Figura 6.10 mostra a resposta em fase dos estabilizadores sintetizados pelo método clássico. Nota-se nesta figura que, ao contrário das características de fase dos ESPs sintetizados anteriormente, ocorre avanço de fase em uma gama de frequência bastante elevada, porém preponderando o valor máximo na frequência do modo eletromecânico.

Comparando-se as Figuras 6.5 e 6.9, verifica-se que a abordagem integrada apresenta melhor desempenho do ponto de vista de amortecimento que a abordagem convencional



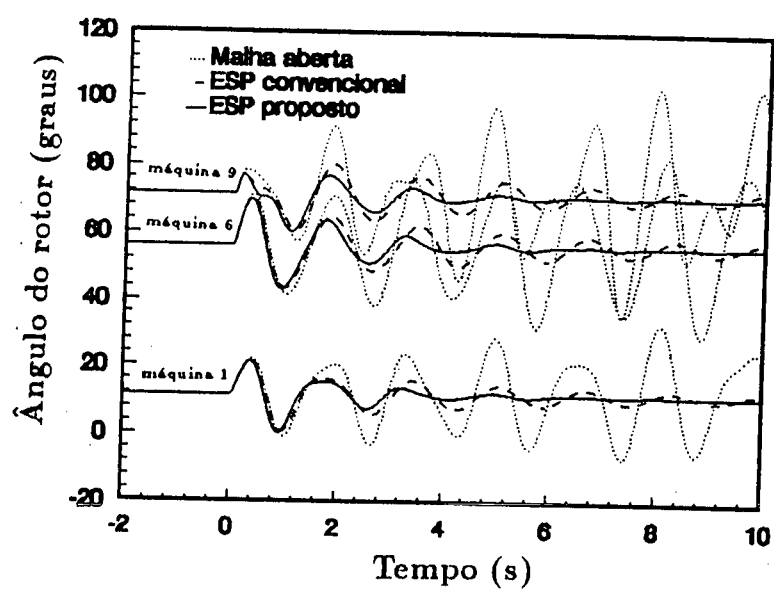


Figura 6.9: ESPs derivados da velocidade: projeto convencional e projeto integrado

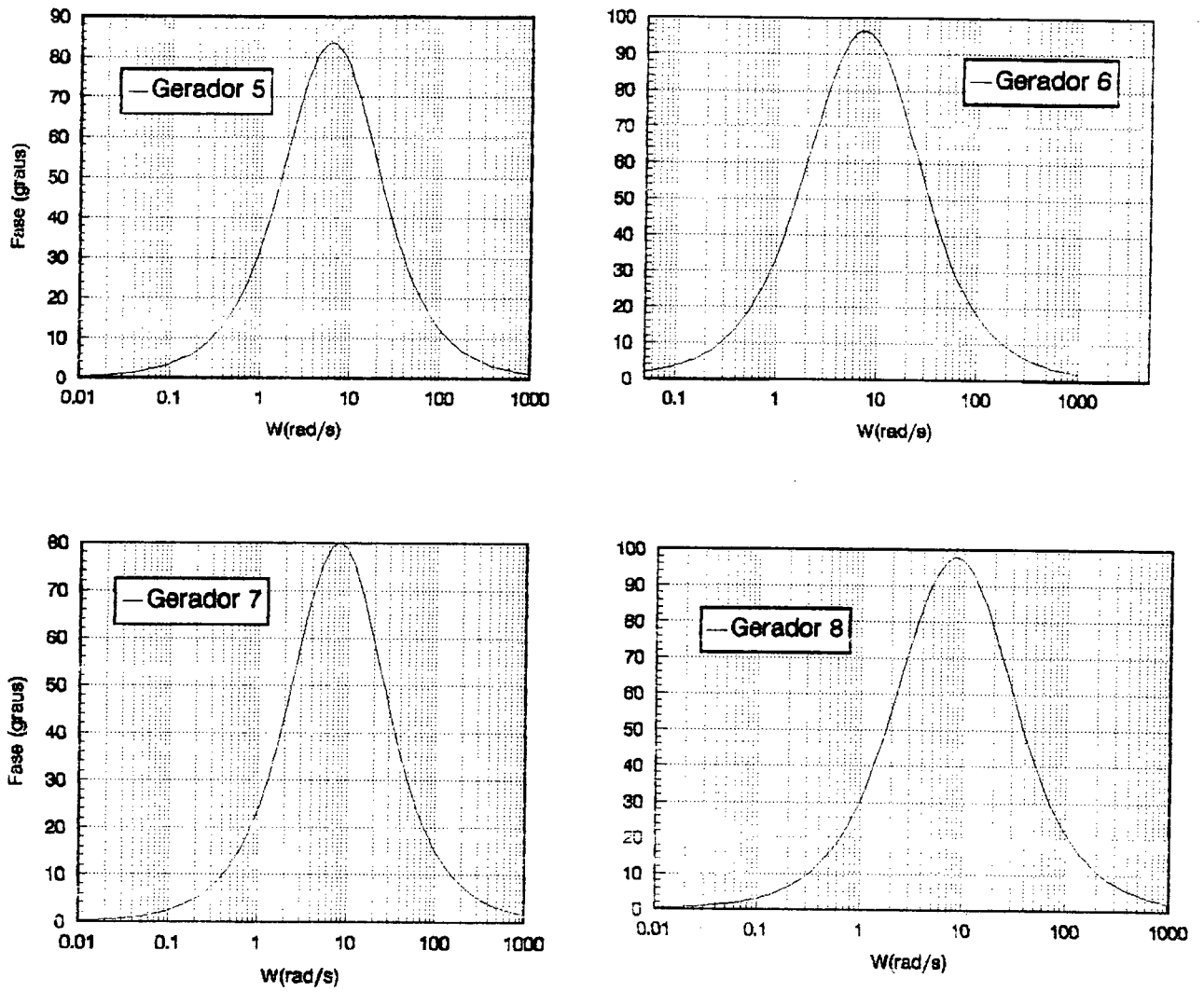


Figura 6.10: Resposta de fase para ESPs derivados da velocidade (método seqüencial)

abordada. É evidente que existem outras técnicas de ajuste seqüenciais mais sofisticadas que consideram toda dinâmica do sistema [1, 79, 4, 71, 75, 54].

## **6.6 Projeto de Controladores para o Sistema Equivalente Sul-Sudeste**

Este sistema foi descrito na subseção 6.2.3 para três condições distintas e todas instáveis. Verificou-se que mesmo com a adição de equipamentos FACTS, sem sinais adicionais, o sistema continuou instável. Nesta seção, controladores são projetados usando-se a técnica de projeto integrada, apresentada no Capítulo IV, e são incorporados ao sistema.

Uma análise baseada em resíduos de funções de transferência [53, 61], indica que as máquinas de Itaipú, Salto Osório e Presidente Médici B, são as mais adequadas para instalação de ESPs tendo em vista estabilizar o sistema e amortecer os modos pouco amortecidos. Além da introdução dos ESPs nas máquinas selecionadas, acrescentou-se um sinal adicional para cada equipamento FACTS, com o objetivo de avaliar o projeto integrado de controladores na presença desses equipamentos.

O projeto de controladores para esse sistema, considerando-se apenas estabilizadores para geradores e/ou sinais adicionais para CERs foi já bem analisado em [75, 73]. Aborda-se a seguir o projeto de controladores para as condições do sistema no CASO B) e no CASO C) da subseção 6.2.3.

### **6.6.1 Controladores em Máquinas, CER e TCSC**

Foram alocados ESPs derivados da velocidade nas máquinas de Itaipú, Salto Osório e Presidente Médici B; sinal suplementar no CER, com sinal derivado da frequência de barra local; e sinal suplementar no TCSC com sinal remoto derivado da velocidade do gerador síncrono de G. B. Munhoz. Com estes controladores, foi possível estabilizar o

Tabela 6.10: Autovalores dominantes do sistema equivalente Sul-Sudeste com controladores

3 Maq.(ESP- $\omega$ ) e 2 FACTS	2 Maq. e 4 FACTS	3 Maq.(ESP-Pe) e 2 FACTS
-0,501 $\pm j$ 8,36	-0,652 $\pm j$ 8,27	-0,748 $\pm j$ 10,05
-0,431 $\pm j$ 7,82	-0,552 $\pm j$ 7,78	-0,516 $\pm j$ 8,27
-0,517 $\pm j$ 7,99	-0,838 $\pm j$ 8,19	-0,823 $\pm j$ 8,17
-0,659 $\pm j$ 7,34	-0,482 $\pm j$ 6,89	-0,472 $\pm j$ 7,82
-0,629 $\pm j$ 6,95	-1,635 $\pm j$ 6,16	-0,670 $\pm j$ 6,94
-0,297 $\pm j$ 5,20	-0,323 $\pm j$ 5,01	-0,397 $\pm j$ 5,20
-0,266 $\pm j$ 3,35	-0,298 $\pm j$ 3,13	-0,232 $\pm j$ 3,14

Tabela 6.11: Parâmetros dos ESPs dos geradores derivados da velocidade: sistema equivalente Sul-Sudeste

Máquina	$K_\omega$	$T_1$ (s)	$T_3$ (s)
Itaipú	7,568	$0,152 \times 10^{-2}$	1,643
S. Osório	0,568	$0,430 \times 10^{-3}$	5,821
P. Médici B	0,013	$0,239 \times 10^{-4}$	112,100
CER	3,871	$0,401 \times 10^{-1}$	0,0623
TCSC	0,758	$0,05 + j0,0016^\dagger$	$0,05 - j0,0016^\dagger$

$^\dagger$  O algoritmo calculou um valor complexo, o que é perfeitamente possível, uma vez que o controlador apresenta uma função de transferência com estrutura quadrática no numerador

sistema, obtendo-se um amortecimento mínimo de 5,5 %, conforme pode ser verificado na coluna 1 da Tabela 6.10. Os parâmetros dos controladores obtidos para esta situação são listados na Tabela 6.11. Para todos controladores,  $T_2 = T_4 = 0,05$  s.

Neste primeiro projeto, foram ponderados apenas os desvios de velocidade das máquinas de Itaipú, Salto Osório, G. B. Munhoz, Jacuí e Presidente Médici B. Os elementos não-nulos da matriz de ponderação respectiva são:

$$\mathbf{Q}_{\text{não-nulo}}^{\text{diag}} = [50 \ 2 \ 2 \ 0,01 \ 1] \times 10^4$$

As submatrizes diagonais que ponderam os controles de cada equipamento com controlador são:

$$\mathbf{R}_{\text{Itaipú}} = \text{diag}\{430 \ 1 \ 0,005\}$$

$$\mathbf{R}_{S.Osório} = \text{diag}\{400 \ 1 \ 0,005\}$$

$$\mathbf{R}_{P.MédiciB} = \text{diag}\{400 \ 1 \ 0,005\}$$

$$\mathbf{R}_{CER} = \text{diag}\{50 \ 0,5 \ 0,5\}$$

$$\mathbf{R}_{TCSC} = \text{diag}\{0,5 \ 1 \ 1\}$$

Um projeto também foi realizado para ESPs nos geradores derivados da potência elétrica. Os sinais adicionais dos dispositivos FACTS permaneceram com os mesmos sinais de entrada. Usou-se neste ajuste a mesma matriz de ponderação de estados adotada para o projeto de controladores derivados da velocidade. A matriz de ponderação de controle, porém, foi alterada para:

$$\mathbf{R}_{Itaipú} = \text{diag}\{10 \ 0,1 \ 0,1\}$$

$$\mathbf{R}_{S.Osório} = \text{diag}\{10 \ 0,1 \ 0,1\}$$

$$\mathbf{R}_{P.MédiciB} = \text{diag}\{10 \ 0,1 \ 0,1\}$$

$$\mathbf{R}_{CER} = \text{diag}\{40 \ 0,001 \ 0,5\}$$

$$\mathbf{R}_{TCSC} = \text{diag}\{2 \ 0,001 \ 0,5\}$$

O novo projeto resultou nos parâmetros mostrados na Tabela 6.12 e nos autovalores dominantes mostrados na coluna 3 da Tabela 6.10.

Nota-se que a ação dos ESPs em geradores, tanto para sinais derivados da potência elétrica quanto da velocidade, e a ação dos sinais adicionais dos dispositivos FACTS estabilizam o sistema com um amortecimento superior a 5 %.

#### 6.6.1.1 Esforço Computacional

No projeto de controladores anterior, computou-se o tempo de CPU médio demandado para cada iteração do processo de cálculo do ganho ótimo com restrições. Esta medida foi

Tabela 6.12: Parâmetros dos ESPs dos geradores derivados da potência elétrica: sistema equivalente Sul-Sudeste

<i>Máquina</i>	$K_c$	$T_1$ (s)	$T_3$ (s)
Itaipú	0,0238	0,1269	0,6444
S. Osório	0,0174	0,1027	0,8864
P. Médici B	0,0225	0,0992	0,8759
CER	2,624	$0,0435 + j0,0155^\dagger$	$0,0435 - j0,0155^\dagger$
TCSC	0,598	$0,0496 + j0,0045^\dagger$	$0,0496 - j0,0045^\dagger$

<sup>†</sup> O algoritmo calculou um valor complexo, o que é perfeitamente possível, uma vez que o controlador apresenta uma função de transferência com estrutura quadrática no numerador

efetuada para o projeto usando o método proposto e a técnica baseada em autovalores-autovetores [66]. Para o método proposto, baseado na integração numérica das equações de Chandrasekhar, usou-se passo de integração  $h = 0,01$  s e  $\epsilon_o = 0,0002$ .

O tempo de CPU médio computado para o método proposto foi cerca de 62 s, enquanto que para o método baseado no cálculo de autovalores-autovetores este tempo foi de 65 s. Alterando-se o posto da matriz de ponderação inicial de estados de  $p = 5$  para  $p = 15$ , nota-se que o tempo de CPU requerido pela técnica clássica não apresentou grande variação. Entretanto aquele demandado pelo método proposto foi cerca de 85 s.

### 6.6.2 Máquinas, CER, TCSC e PHS

Um outro projeto de estabilizadores foi realizado considerando agora o acréscimo dos dois PHSs (CASO C) da subseção 6.2.3). Neste projeto alocaram-se controladores somente nas máquinas de Itaipú e Salto Osório, derivados da potência elétrica; sinal adicional no CER derivado da frequência de barra; sinal adicional no TCSC derivado da velocidade do rotor da máquina de G. B. Munhoz; e sinais adicionais nos PHS 1 (ligação 1167-1163) e PHS 2 (ligação 749-748), derivados respectivamente da velocidade do rotor da máquina de Itaipú e da máquina de Salto Osório. Os valores adotados para as constantes de tempo dos

Tabela 6.13: Parâmetros dos controladores do sistema equivalente Sul-Sudeste com 3 FACTS

<i>Máquina</i>	$K_c$	$T_1$ (s)	$T_3$ (s)
Itaipú	0,0385	0,1340	0,6088
S. Osório	0,1133	0,1498	0,5420
CER	1,4280	0,0446	0,0560
TCSC	7,5520	0,0398	0,0627
PHS 1	23,0500	0,0179	1,0510
PHS 2	34,3200	0,0177	1,3430

controladores são  $T_2 = T_4 = 0,28$  s para os controladores das máquinas;  $T_2 = T_4 = 0,05$  s para os controladores do CER e TCSC; e  $T_2 = T_4 = 0,15$  s para os dos PHSs. Foram ponderados apenas os desvios de velocidade das máquinas de Itaipú, Salto Osório, G. B. Munhoz e Jacuí, cuja matriz de ponderação diagonal, correspondente aos elementos não-nulos é:

$$\mathbf{Q}_{\text{não-nulo}}^{diag} = [9 \ 5 \ 5 \ 0,01] \times 10^5$$

As matrizes de ponderação de controle usadas são:

$$\mathbf{R}_{Itaipú} = diag\{10 \ 0,1 \ 0,1\}$$

$$\mathbf{R}_{S.Osório} = diag\{10 \ 0,1 \ 0,1\}$$

$$\mathbf{R}_{CER} = diag\{10 \ 0,5 \ 0,5\}$$

$$\mathbf{R}_{TCSC} = diag\{1 \ 0,001 \ 0,01\}$$

$$\mathbf{R}_{PHSs} = diag\{1 \ 0,001 \ 0,001\}$$

Os parâmetros obtidos para os controladores projetados são mostrados na Tabela 6.13. Os autovalores dominantes correspondentes para o sistema em malha fechada são mostrados na coluna 2 da Tabela 6.10.

A Figura 6.11 mostra uma simulação não-linear para o sistema Sul-Sudeste. O distúrbio aplicado consiste de um curto-circuito trifásico na linha entre as barras 1110 e 1127, do

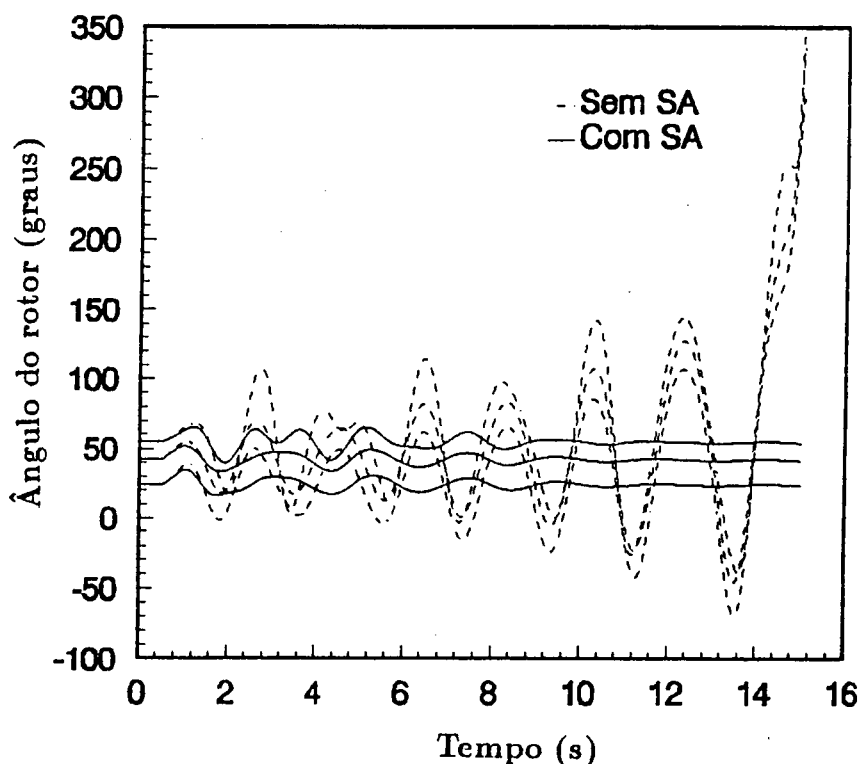


Figura 6.11: Simulação não-linear para o sistema Sul-Sudeste com controladores em 2 máquinas, CER, TCSC e 2 PHSs

lado da barra 1110 do sistema mostrado no Apêndice B. A duração da falta é eliminada em 0,05 s e não ocorre abertura de linha.

Nos projetos de controladores desta seção, através do método de controle ótimo com restrições estruturais, foram necessárias menos de 10 iterações para se atingir um amortecimento satisfatório para o sistema. Aumentando-se o número de iterações não se obteve melhora significativa no amortecimento dos autovalores dominantes. Verificou-se que os dispositivos FACTS, dotados de sinais adicionais, atuam no sentido de aumentar o torque de amortecimento do sistema. Mesmo com a retirada do ESP da máquina de P. Médici



B, considerada em casos anteriores, ainda assim, foi possível projetar os controladores de forma a atender a especificação mínima de 5% de amortecimento.

## 6.7 Projeto de ESPs para um Sistema de Grande Porte

Nesta seção apresentam-se os resultados para o projeto integrado de controladores em sistemas de potência através da técnica proposta no Capítulo IV. O sistema interligado Sul-Sudeste foi escolhido para testes tendo em vista o seu porte e por ser instável em malha aberta, justificando-se, portanto, a alocação de estabilizadores. Sem levar em conta os estabilizadores, este sistema, que foi descrito na subseção 6.2.3, apresenta 242 estados para um total de 40 máquinas com representação dinâmica.

Sete autovalores do sistema em malha aberta têm amortecimento inferior a 5 %:  $\lambda_1 = -0,340 \pm j7,95$ ,  $\lambda_2 = -0,329 \pm j6,95$ ,  $\lambda_3 = 0,117 \pm j4,03$ ,  $\lambda_4 = -0,221 \pm j5,92$ ,  $\lambda_5 = -0,059 \pm j5,03$ ,  $\lambda_6 = -0,094 \pm j5,21$  e  $\lambda_7 = -0,321 \pm j6,84$ . O modo instável  $\lambda_3$  apresenta uma frequência de 0,64 Hz. Esta frequência corresponde a um modo interárea. A contribuição de cada gerador para este modo pode ser analisada através de fatores de participação [61, 83]. Esta análise mostra que a máquina de Itaipú apresenta maior contribuição sobre o modo instável. Todavia outras máquinas como São Simão, Jacuí, Itumbiara, G. B. Munhoz, Emborcação e Salto Santiago também têm influência sobre o modo de 0,64 Hz. Estas máquinas estão em áreas geográficas bem distintas, comprovando que realmente o modo de 0,64 Hz envolve várias áreas de geração.

### 6.7.1 Seleção de geradores para alocação de ESPs

Os autovalores em malha aberta apresentados anteriormente dão informação dos modos com amortecimento inferior a 5 %. Tendo em vista identificar quais os geradores

Tabela 6.14: Módulo dos resíduos de modos dominantes do sistema interligado Sul-Sudeste

<i>Máquina</i>	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$	$\lambda_5$	$\lambda_6$	$\lambda_7$
N. Avanhandava	0,0014	0,0005	0,1200	0,5400	0,0510	1,8500	1,5400
B. Bonita	8,3700	0,0075	0,0014	0,0190	0,0530	0,0038	0,4300
Ibitinga	0,0150	0,0058	0,0660	0,1600	0,0160	0,6800	3,8100
Capivara	0,0001	0,0005	0,0010	0,0430	0,0001	0,0041	0,0011
Itaipu	0,0240	1,6100	11,8200	3,8100	19,7000	0,5000	0,2300
Jacuí	0,0006	0,2300	0,3500	0,0094	3,0700	0,0180	0,0004
P. Médici B	0,0073	6,3700	0,1900	0,0019	0,2800	0,0011	0,0044
I. Solteira	0,0007	0,0001	0,0024	0,0021	0,0001	0,0001	0,0028
S. Simão	0,0000	0,0000	0,0003	0,0004	0,0002	0,0023	0,0001

mais adequados para instalação de ESPs, foi empregado o método dos resíduos [53, 61].

A seleção baseada no método dos resíduos tem a vantagem de ter ao mesmo tempo informações sobre a controlabilidade e a observabilidade dos modos, o que não ocorre com outras técnicas como “mode-shapes”, fatores de participação, fatores de controlabilidade e fatores de observabilidade [70, 61, 53]

A Tabela 6.14 mostra o resultado dos resíduos para os modos dominantes e algumas máquinas que mais contribuem na composição desses modos. Este estudo considera que a potência elétrica é o sinal de saída das máquinas.

Através dos resultados da Tabela 6.14, verifica-se que certas máquinas têm pouca contribuição para os resíduos dos modos estudados, o que contraria os resultados da análise via fatores de participação.

Pelo critério dos resíduos, nota-se que a máquina de Itaipu contribui significativamente para os modos  $\lambda_3$ ,  $\lambda_4$  e  $\lambda_5$ . Por esse critério, um único ESP, alocado naquela máquina, seria capaz de estabilizar o modo interárea, embora pelo critério dos fatores de participação esse modo sofra também uma influência significativa de outras máquinas. Além disso, o ESP melhoraria o amortecimento de outros dois modos. Nota-se ainda que outros modos menos amortecidos, listados, poderiam ter seus amortecimentos melhorados pela introdução de controladores nas máquinas de B. Bonita, Ibitinga, Nova Avanhandava e

P. Médiçi B.

Alocando-se ESPs nas máquinas acima mencionadas, constatou-se o surgimento em malha fechada de um modo diferente daqueles listados na Tabela 6.14, com amortecimento inferior a 5 %. Não foi possível melhorar o seu amortecimento somente com os 5 ESPs selecionados. Através da análise via fatores de participação, verificou-se que este modo estava associado à máquina de Salto Osório. Foi portanto adicionado um ESP àquela máquina, o que resulta na utilização de 6 ESPs para o sistema.

### 6.7.2 Resultados da Síntese de ESP

O problema da síntese integrada de 6 ESPs nas máquinas previamente selecionadas para o sistema interligado Sul-Sudeste foi conduzido de duas formas, ambas empregando o método baseado na teoria de controle ótimo com restrições estruturais. Inicialmente tentou-se resolver o problema empregando uma representação de modelo de estado para o sistema, para fins de obtenção do ganho ótimo através da abordagem de autovalores-autovetores. Esta abordagem não teve sucesso devido aos elevados requisitos de memória, exigidos pelo sistema de grande porte. Passou-se então à segunda abordagem em que se aplicou a técnica de resolução do PRLQ baseada na representação do sistema pela matriz Jacobiana, proposta nesta tese. Tornou-se então possível executar o programa para o sistema de 750 barras tanto em um computador IBM 3090 quanto em um microcomputador PC 486 DX2-50. No microcomputador, o programa ocupa menos de 5 Mbytes de memória e, com os estabilizadores previamente selecionados para os 6 geradores, o tempo de execução é de cerca de 150 s para resolver o problema de controle ótimo global.

Para o projeto dos controladores, foi utilizado o mesmo procedimento descrito em seções anteriores. Os estados ponderados foram os desvios de velocidade das máquinas com ESP.

Os seguintes pesos foram adotados para os desvios de velocidade

Tabela 6.15: Parâmetros dos controladores do sistema interligado Sul-Sudeste

<i>Máquina</i>	$K_\omega$	$T_1$ (s)	$T_3$ (s)
N. Avanhadava	0,1517	0,1584	0,5759
B. Bonita	0,6197	0,1795	0,4118
Ibitinga	0,3117	0,1575	0,5304
Itaipú	0,0500	0,2472	0,3304
S. Osório	0,0744	0,1765	0,5187
P. Médici B	0,1772	0,1928	0,4253

Tabela 6.16: Autovalores dominantes do sistema interligado Sul-Sudeste

<i>M. Aberta</i>	<i>Com ESPs</i>
$-0,340 \pm j7,95$	$-0,555 \pm j8,96$
$-0,329 \pm j6,95$	$-0,503 \pm j8,92$
$-0,321 \pm j6,84$	$-0,553 \pm j7,43$
$-0,221 \pm j5,92$	$-0,475 \pm j7,02$
$-0,094 \pm j5,21$	$-0,367 \pm j5,88$
$-0,059 \pm j5,03$	$-0,529 \pm j5,32$
$0,117 \pm j4,03$	$-0,604 \pm j4,03$

das máquinas:  $Q_{N. Avanhadava} = 3 \times 10^5$ ,  $Q_{B. Bonita} = 5 \times 10^5$ ,  $Q_{Ibitinga} = 5 \times 10^5$ ,  $Q_{Itaipú} = 40 \times 10^5$ ,  $Q_{S. Osório} = 4 \times 10^5$  e  $Q_{P. MédiceB} = 4 \times 10^5$ . Quanto à ponderação dos controles, são adotados os mesmos conjuntos de pesos de ESPs, isto é,  $\mathbf{R}_i = [20 \ 0,1 \ 1,0]$ ,  $i = 1, \dots, N$ , onde  $N$  é o número de ESPs.

O projeto dos ESPs através do Algoritmo 4.4 gerou os parâmetros mostrados na Tabela 6.15. Este resultado foi obtido com 6 iterações do Algoritmo 4.3 (iteraões para atendimento dos requisitos de restriões estruturais).

A Tabela 6.16 mostra os autovalores dominantes em malha fechada do sistema, com a inclusão dos ESPs derivados da potência elétrica. Utiliza-se também nesse projeto  $T_2 = T_4 = 0,28$  s.

Com a inclusão dos ESPs derivados da potência elétrica, é possível estabilizar o sistema com um amortecimento mínimo de 5,6 %. Os resultados obtidos para este sistema de grande porte mostra que as máquinas do sistema Sul com ESPs (Itaipú, Salto Osório

e P. Médiçi B) têm valores de parâmetros similares àqueles ajustados para o modelo equivalente de 77 barras e 13 geradores (Seção 6.6.1).

Os resultados desta seção ilustram claramente a eficiência computacional da técnica de cálculo do ganho ótimo, usando a abordagem com esparsidade das equações de Chandrasekhar, em relação às técnicas clássicas. Conclui-se, que é possível aplicar a técnica de controle ótimo proposta nesta tese para o projeto de controladores de sistemas de grande porte, o que não ocorre com os outros métodos clássicos para solução do PRLQ. Na seqüência, apresenta-se mais detalhadamente como se dá o processo de convergência do ajuste de ESPs e conseqüentemente o cálculo do ganho com restrições em sistemas de grande porte.

## 6.8 Desempenho do Método Integrado em Aplicações a Sistemas de Grande Porte

Nesta seção apresentam-se alguns resultados com o objetivo de avaliar-se o comportamento do método para determinação do ganho ótimo com restrições estruturais e ajuste de controladores. Dedicar-se o estudo em questão a sistemas de potência de grande porte. Nos testes, emprega-se o sistema Sul-Sudeste interligado e a mesma abordagem de projeto analisada na seção anterior.

Nesse estudo, o passo de integração é fixado em  $h = 0,01$  s e a tolerância para convergência do ganho é  $\epsilon_o = 0,0001$ . Usam-se as mesmas matrizes de ponderação da seção anterior. Os resultados foram obtidos em um computador IBM 3090. Para efeito de comparação, cada cálculo do ganho do controle ótimo global nas mesmas condições é também realizado em um microcomputador PC 486 DX2 50, consumindo cerca de 2 minutos de CPU em média para todos casos.

Na Figura 6.12 mostra-se o efeito do erro relativo (tolerância) do processo de con-

vergência do método para determinação do ganho ótimo com restrições estruturais. O gráfico mostra que de fato o erro relativo entre os resultados de duas iterações diminui com o número de iterações. Este resultado está de acordo com aquele apresentado por GEROMEL em [35], segundo o qual ocorre uma rápida convergência nas iterações iniciais e uma convergência bastante lenta nas iterações seguintes. Este critério foi desprezado no projeto de controladores adotado neste trabalho, dando-se ênfase à monitoração do amortecimento mínimo dos autovalores em malha fechada. A determinação dos autovalores, com o único objetivo de monitorar o amortecimento, entretanto, introduz uma carga computacional adicional significativa, e por isso não é viável. Adota-se então o procedimento de *fixar um número de iterações* ao término das quais os autovalores do sistema em malha fechada são calculados. Caso os parâmetros encontrados para os controladores não atendam os requisitos e os autovalores não apresentem bom amortecimento, fixa-se um número maior de iterações.

Caso seja fixada uma tolerância  $\epsilon_r$  como critério de convergência do ganho com restrições, um valor muito baixo para esse parâmetro pode significar um aumento considerável na carga computacional ou tempo de CPU, que cresce de forma praticamente linear com as iterações. Além disso, um outro aspecto que influencia no volume de cálculos está relacionado com a convergência do próprio ganho ótimo de realimentação, calculado via integração numérica e cuja convergência depende do parâmetro  $\epsilon_o$  (vide Algoritmo 4.2). A Figura 6.13 apresenta uma relação entre o tempo de CPU gasto e o número de iterações no processo de cálculo do ganho com restrições para o sistema interligado Sul-Sudeste para três condições de  $\epsilon_o$ . Uma diferença em  $\epsilon_o$  afeta drasticamente o tempo de computação. Naquela figura, inclui-se a determinação dos autovalores em malha fechada no final das iterações previamente fixadas. O tempo de computação para os 254 autovalores (sistema com ESPs) é cerca de 54 s. No caso mais pessimista, em que se calcula uma iteração do Algoritmo 4.3 para este sistema, o tempo de cálculo é da ordem de 100

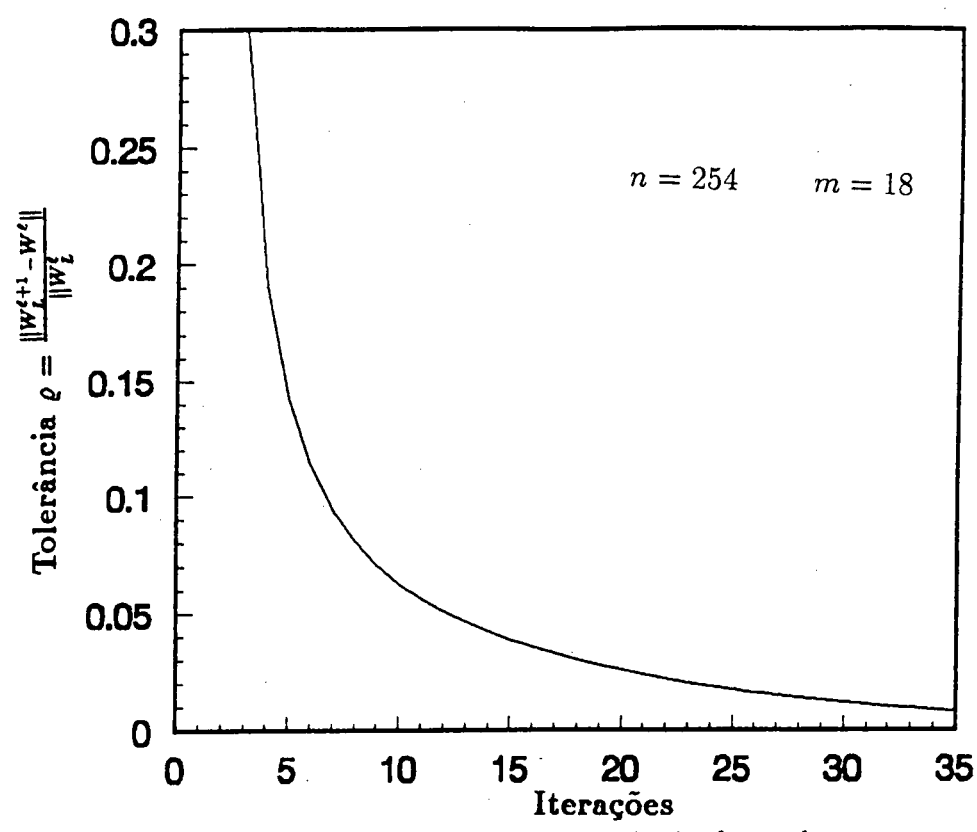


Figura 6.12: Erro relativo do processo de convergência do ganho com restrições

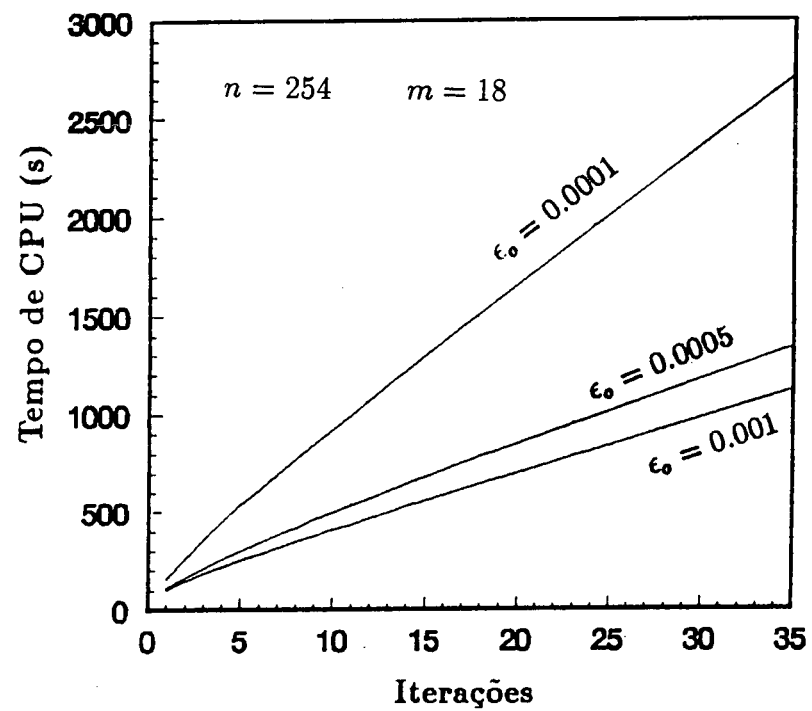


Figura 6.13: Tempo de CPU  $\times$  número de iterações

s ( $\epsilon_o = 0,0001$ ) e, no caso mais otimista, é da ordem de 50 s ( $\epsilon_o = 0,001$ ). Diante desses resultados, pode-se concluir que o cálculo do ganho ótimo a cada iteração, realizado por uma técnica baseada em autovalores-autovetores consumiria um tempo muito maior que 54 s, pois seria necessário calcular no mínimo os autovalores e autovetores de um sistema com 508 estados, que é a dimensão da matriz Hamiltoniana [44] (vide Apêndice D).

Outras variáveis calculadas são os parâmetros dos controladores  $K_c$ ,  $T_1$  e  $T_3$ , e os autovalores em malha fechada correspondentes. A evolução destas variáveis como função do número de iterações é mostrada nas Figuras 6.14 a 6.16. A Tabela 6.17 mostra os autova-

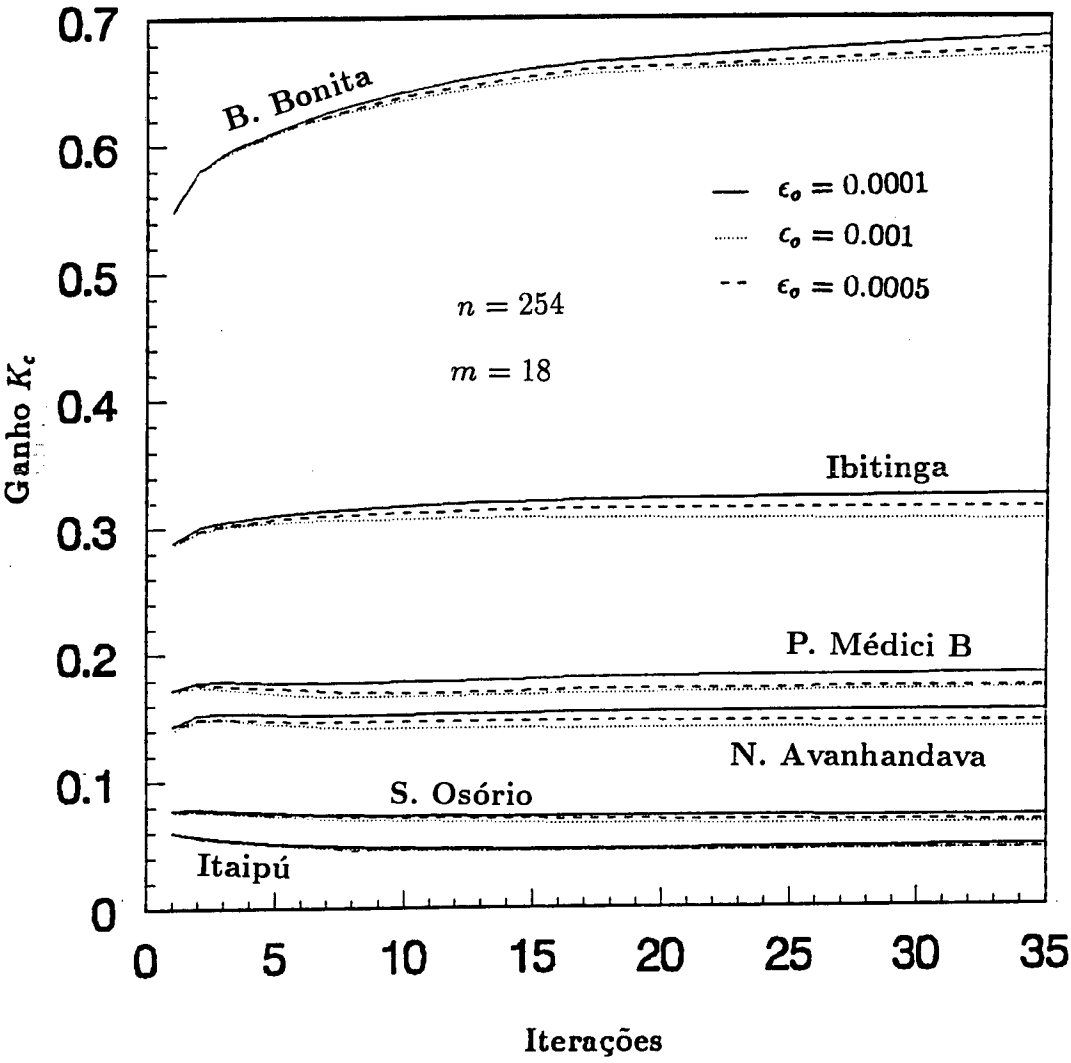


Figura 6.14: Ganho  $K_c \times$  número de iterações



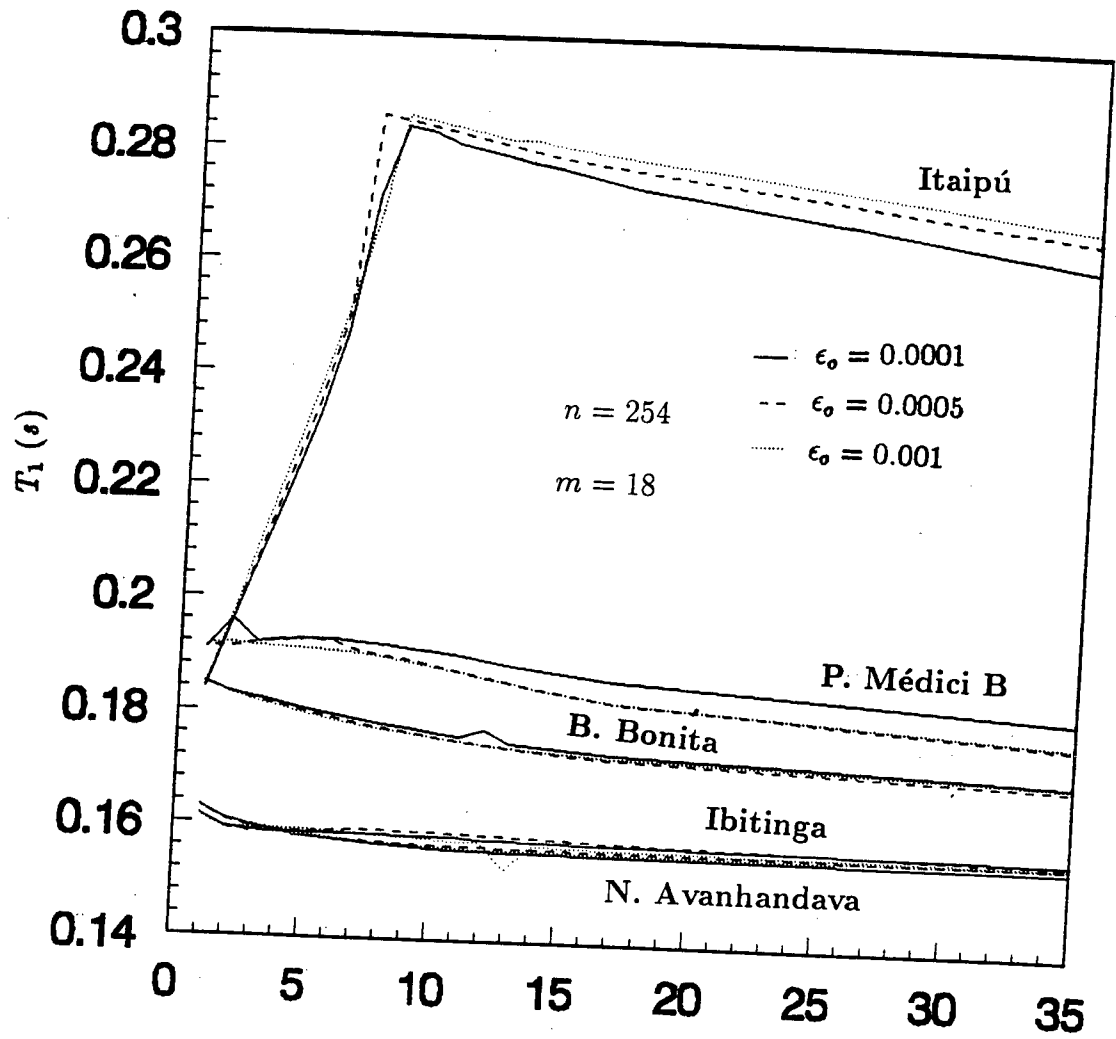


Figura 6.15:  $T_1 \times$  número de iterações

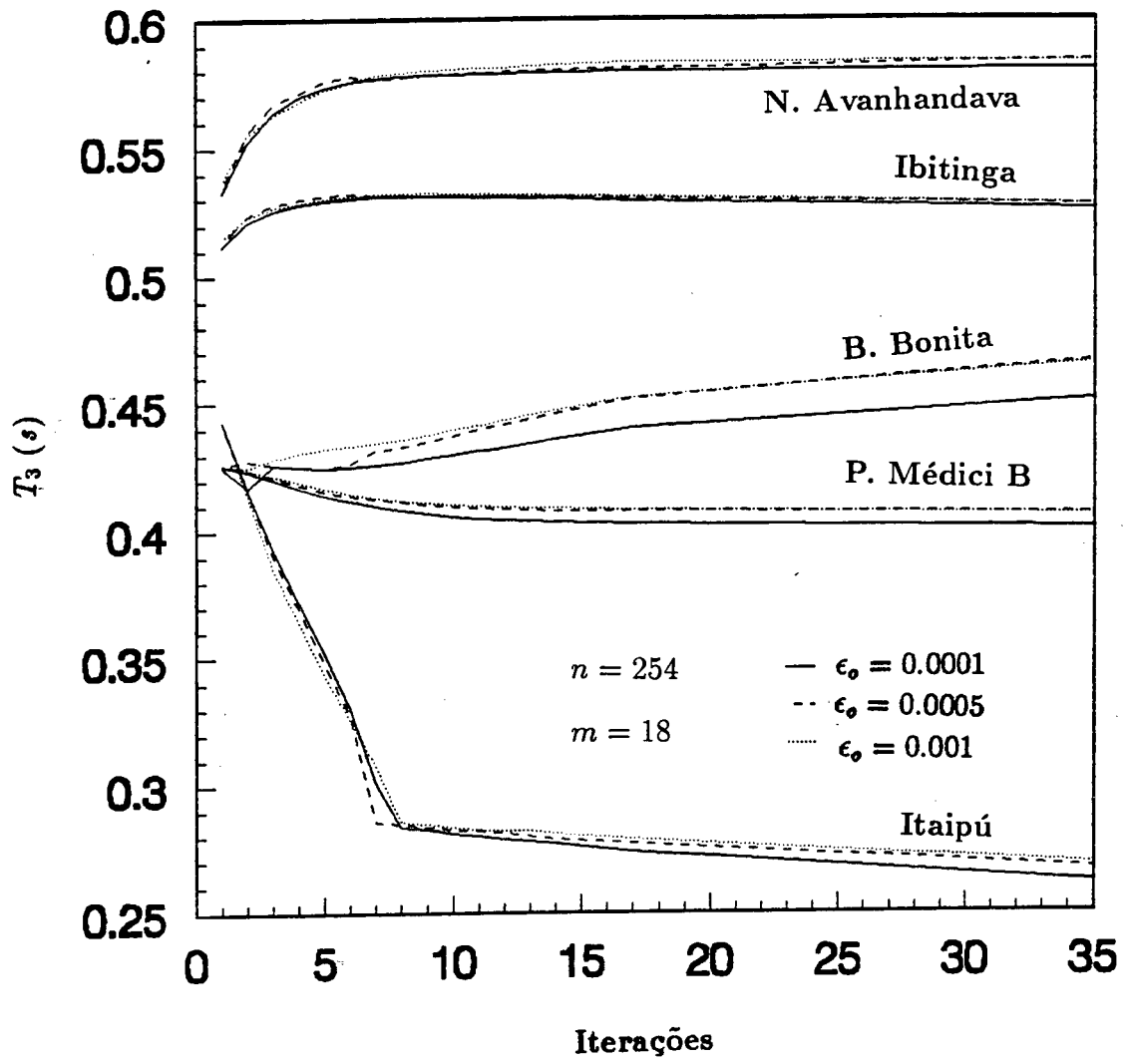


Figura 6.16:  $T_3 \times$  número de iterações

Tabela 6.17: Autovalores dominantes para algumas iterações

<i>iter. 1</i>	<i>iter. 3</i>	<i>iter. 5</i>	<i>iter. 7</i>	<i>iter. 35</i>
$-0,555 \pm j8,96$	$-0,555 \pm j8,96$	$-0,555 \pm j8,96$	$-0,555 \pm j8,96$	$-0,555 \pm j8,96$
$-0,504 \pm j8,92$	$-0,504 \pm j8,92$	$-0,503 \pm j8,92$	$-0,503 \pm j8,92$	$-0,503 \pm j8,92$
$-0,553 \pm j7,43$	$-0,553 \pm j7,43$	$-0,553 \pm j7,43$	$-0,553 \pm j7,43$	$-0,553 \pm j7,43$
$-0,473 \pm j7,02$	$-0,474 \pm j7,02$	$-0,475 \pm j7,02$	$-0,475 \pm j7,02$	$-0,475 \pm j7,02$
$-0,368 \pm j5,90$	$-0,369 \pm j5,89$	$-0,368 \pm j5,88$	$-0,367 \pm j5,88$	$-0,366 \pm j5,88$
$-0,533 \pm j5,37$	$-0,537 \pm j5,34$	$-0,532 \pm j5,32$	$-0,528 \pm j5,31$	$-0,512 \pm j5,28$
$-0,571 \pm j4,17$	$-0,617 \pm j4,10$	$-0,610 \pm j4,05$	$-0,597 \pm j4,02$	$-0,540 \pm j3,94$

lores em malha fechada determinados para algumas iterações. Estes resultados mostram que, na realidade, há uma pequena variação dos parâmetros dos controladores, mesmo para um número elevado de iterações. Estas características se refletem em deslocamentos insignificantes dos autovalores. Tais conclusões são importantes para sistemas de grande porte, porque pode-se projetar os controladores em poucas iterações. Na Tabela 6.17, por exemplo, nota-se que os autovalores nas quatro primeiras linhas não alteraram ao longo das iterações, devido à sua pouca sensibilidade à localização dos controladores projetados.

Quando o sistema é pequeno (sistema máquina-barra infinita [64], ou um sistema com três máquinas [31]), entretanto, nem sempre é possível encontrar-se os parâmetros dos controladores nas primeiras iterações porque as interações entre os diversos estados são consideráveis (a medida desse parâmetro pode ser efetuada através dos fatores de participação). Assim, o pior caso acontece para o sistema máquina-barra infinita, que felizmente é o que apresenta menor porte.

Um outro aspecto que pode influenciar a convergência do processo de obtenção do ganho com restrições são as matrizes de ponderação. A opção de se ponderar apenas os estados relativos aos desvios de velocidade mostrou-se adequada para determinação de controladores em sistemas de potência. Esta ponderação foi praticamente mantida constante, independente do tipo de sinal usado na entrada do controlador. Já a ponderação de controle está mais ligada à natureza do sinal escolhido. Controladores que usam sinais de

velocidade devem ser projetados a partir de matrizes de ponderação diferentes daquelas que correspondem a estabilizadores derivados da potência elétrica.

Através dos inúmeros testes realizados, notou-se que a sensibilidade das variáveis ganho  $K_c$ ,  $T_1$  e  $T_3$  está diretamente relacionada respectivamente às ponderações  $R_{i\ 1,1}$ ,  $R_{i\ 2,2}$  e  $R_{i\ 3,3}$ , com  $i = 1, \dots, N$ .

## 6.9 Conclusões

Neste capítulo apresentam-se os resultados da síntese integrada de controladores de sistemas de potência através da resolução de um problema de controle ótimo com restrições estruturais. A principal diferença abordada em relação a trabalhos anteriores nesta mesma linha [64, 31, 75, 74, 72, 33], é o uso da representação do sistema pela matriz Jacobiana aumentada e o seu emprego direto para cálculo dos ganhos ótimos, a cada iteração, no algoritmo iterativo pelo qual se determina o ganho com restrições. Neste trabalho, calcula-se diretamente o ganho em cada iteração empregando-se técnicas de esparsidade.

A técnica proposta foi aplicada no ajuste de controladores para quatro sistemas-teste. Resultados para controladores projetados indicam a eficácia do método, conforme pode ser verificado através dos diversos ajustes apresentados em tabelas neste capítulo. A análise de autovalores para o sistema em malha fechada mostra que de fato os controladores projetados garantem uma estabilidade mínima de 5 % para todos sistemas estudados. O elevado amortecimento introduzido pelos controladores também é observado através de simulações não-lineares. Além disso, os resultados obtidos comprovam que a técnica de ajuste apresentada neste trabalho pode ser aplicada a sistemas de grande porte, o que não ocorre com as técnicas que usam a matriz de estado. Isto torna-se viável devido à aplicação de técnicas de esparsidade, facilitada pela representação do sistema através da matriz Jacobiana, bastante esparsa. Não só a esparsidade do sistema é explorada, porém

também a esparsidade das matrizes de ponderação de estados e controles, o que não é usual nas técnicas de resolução do PRLQ.

Com a técnica de cálculo integrada de controladores apresentada, é possível ajustar simultaneamente os ESPs de geradores e sinais adicionais de equipamentos FACTS. Em um sistema máquina-barra infinita projetou-se sinais adicionais somente para FACTS. Nos testes efetuados sobre o sistema New England, foram ajustados ESPs derivados de um e dois sinais em 9 geradores dos 10 existentes. Para o sistema equivalente reduzido do Sul-Sudeste do Brasil, realizou-se o projeto conjunto de ESPs para geradores e sinais adicionais para equipamentos FACTS. Em um sistema interligado do Sul-Sudeste do Brasil, com 750 barras, projetaram-se ESPs derivados da potência elétrica. Nos dois últimos sistemas foram empregadas informações obtidas do método dos resíduos para identificação dos melhores locais para instalação dos controladores. Foram empregadas também técnicas de fatores de participação para verificar as contribuições de geradores sobre os modos menos amortecidos e para identificação dos geradores participantes dos modos interárea.

Um estudo mais aprofundado do processo de convergência do ganho com restrições, usado no ajuste dos controladores do sistema de 750 barras, mostra que se pode obter bons resultados em termos de amortecimento nas primeiras iterações do Algoritmo 4.3 proposto. Este resultado também foi observado em sistemas de porte médio, como o “New England” e o equivalente Sul-Sudeste. O critério de convergência baseado no amortecimento dos autovalores pode então ser usado ao invés do critério de erro do ganho com restrições, pois algumas iterações a mais exercem pouca influência sobre o posicionamento dos autovalores em malha fechada obtidos em iterações iniciais. Verificou-se ainda que a tolerância para convergência do ganho ótimo para o regime,  $\epsilon_o$ , é um parâmetro que pode influenciar significativamente o esforço computacional. Uma escolha de  $\epsilon_o$  muito pequeno pode resultar em cálculos desnecessários que não melhoram a precisão dos resultados finais.

## Capítulo 7

# Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros

O objetivo deste trabalho é apresentar uma técnica integrada para síntese de controladores de sistemas de potência de grande porte. A estratégia de controle apresentada é baseada na teoria de controle ótimo com restrições estruturais, formulada de modo a contemplar o uso de técnicas de esparsidade. A formulação com essa característica é mandatória face ao porte dos sistemas de potência realísticos.

A modelagem dos equipamentos de sistemas de potência, entre eles máquinas síncronas, FACTS e os controladores, foi apresentada no Capítulo II. Adotou-se a representação do sistema através da matriz Jacobiana aumentada, altamente esparsa e bastante flexível para incorporar uma série de modelos de equipamentos. A topologia de controlador empregada consiste de dois blocos do tipo avanço-atraso de fase e um ganho. Esta topologia usualmente é adotada pelas empresas do setor elétrico. A estrutura de controlador proposta neste trabalho permite que dois sinais sejam utilizados concomitantemente, caracterizando uma estrutura multivariável. A incorporação do controlador na matriz Jacobiana é efetuada transformando-se um problema de realimentação dinâmica de saída em um problema de realimentação estática de saída.

Para possibilitar um melhor entendimento da teoria de controle ótimo com restrições estruturais, apresentam-se no Capítulo III os fundamentos básicos dos princípios de controle que nortearão a síntese de controladores de sistemas. Neste aspecto, especial atenção é dedicada ao estudo do tratamento das restrições no problema de controle ótimo, cuja solução é obtida por uma equação generalizada de Riccati. Entretanto, a resolução do problema através desta abordagem não é adequada para estudo de sistemas de potência de grande porte. Por isso, apresenta-se no Capítulo IV uma nova técnica que, embora siga a mesma filosofia do algoritmo iterativo da equação generalizada de Riccati, permite a incorporação de técnicas de esparsidade.

No Capítulo IV a técnica apresentada para obtenção do ganho ótimo é baseada na integração numérica de equações diferenciais matriciais conhecidas como *equações de Chandrasekhar*. Estas equações, por sua vez, resultam da transformação de uma equação diferencial de Riccati em um conjunto de equações não-lineares. Na transformação do problema, a variável matriz ganho é posta de tal forma que o seu cálculo é obtido diretamente. Os trabalhos que usam esta metodologia para resolver o problema de controle ótimo empregam a representação por espaço de estados. Porém, tendo em vista a aplicação pretendida a sistemas de potência, o uso da matriz de estado é pouco vantajoso se o objetivo é o estudo de sistemas de grande porte. Propõe-se então, ainda no Capítulo IV, uma nova metodologia para resolver o mesmo problema, baseada na representação do sistema via matriz Jacobiana aumentada. Através desta nova representação, é possível explorar a esparsidade não só do sistema de potência, mas até mesmo das matrizes de ponderação de estados e controles. Usando-se uma ponderação diagonal de estados, mostra-se que o uso da metodologia proposta para obtenção do ganho ótimo pode ser estendida para possibilitar o cálculo do ganho com restrições, conforme Algoritmo 4.3. Desta maneira, contorna-se o problema de resolver equações de Riccati. O resultado do problema de controle ótimo com restrições, em termos de uma matriz de realimentação de saída, é então

usado para a síntese dos controladores de sistemas de potência.

No Capítulo V são apresentados resultados da técnica do cálculo do ganho ótimo por integração numérica das equações de Chandrasekhar, na qual empregam-se técnicas de esparsidade. Outras técnicas de resolução do PRLQ baseadas na abordagem de autovalores-autovetores e na função sinal são também usadas, com o objetivo de comparar os resultados obtidos pela técnica proposta nesta tese. Nota-se, através dos testes efetuados em dois sistemas-teste, que os valores de ganhos determinados pelas técnicas convencionais e pelo método proposto são bastante próximos. Esta afirmação é confirmada pela análise de autovalores para o sistema em malha fechada (com controladores obtidos pelas técnicas clássicas e pela técnica proposta). Os ganhos ótimos obtidos por integração numérica foram calculados com passo fixo e passo variável, conforme indicado no Capítulo IV. Testes envolvendo a matriz de ponderação de estados mostraram que a esparsidade desta matriz também pode ser explorada pela técnica proposta nesta tese. Além disso, observou-se através de outros testes que o número pequeno de entradas de controle com respeito ao número de estados também é benéfico do ponto de vista computacional, podendo entretanto se constituir em uma limitação se o número de controladores usados for muito elevado. Testes em um sistema dinâmico representado por  $n$  integradores, que gera um problema de controle ótimo mal condicionado, foram realizados empregando-se a técnica de autovalores-autovetores, a técnica da função sinal e o método de integração numérica com esparsidade. Esta última técnica mostra-se numericamente bem mais estável para resolver o problema. Isto foi verificado não apenas para este problema particular de controle. Em sistemas de potência, no qual aparecem autovalores muito próximos, podem ocorrer problemas numéricos tanto na obtenção do ganho pela abordagem de autovalores-autovetores quanto pela abordagem da função sinal. Isto se deve ao mau condicionamento da matriz de estado. Estes problemas não ocorrem no método de integração numérica das equações de Chandrasekhar, uma vez que passos de integração pequenos podem ser



usados, eliminando o mau condicionamento sensível detectado nas técnicas clássicas.

No Capítulo VI são apresentados resultados do problema de ajuste de controladores projetados através do emprego da técnica de controle ótimo com restrições estruturais e aplicados a quatro sistemas-teste: um sistema máquina-barra infinita incluindo dispositivos FACTS; um sistema com 10 máquinas e 39 barras; um sistema equivalente à rede interligada do Sul do Brasil com 13 geradores, 77 barras, incluindo 4 equipamentos FACTS; e um sistema com 40 máquinas e 750 barras. Nove ESPs foram alocados no sistema de 10 máquinas. Foram projetados controladores para estes sistemas, derivados de sinais de potência elétrica, velocidade e combinação dinâmica desses dois sinais. Os parâmetros obtidos para os ESPs são compatíveis com aqueles usualmente utilizados em estabilizadores de empresas do setor elétrico. Um projeto sequencial utilizando o modelo equivalente máquina-barra infinita também foi efetuado para o sistema de 10 máquinas. Os resultados mostram que, além do fato da técnica integrada ser aplicada diretamente a mesma apresenta desempenho dinâmico melhor que a técnica de ajuste sequencial usada. A aplicação do método integrado ao sistema de 13 máquinas e equipamentos FACTS prova que o método não restringe a sua aplicação somente a geradores. Outro aspecto evidenciado através dos testes neste sistema é a opção para uso de sinais remotos. Na entrada do controlador do TCSC, usa-se por exemplo um sinal de velocidade de um gerador síncrono, tal como adotado para defasadores angular (PHSs). O projeto de controladores para dois geradores e quatro FACTS nesse sistema de 13 máquinas ilustra a capacidade destes últimos dispositivos de também introduzir amortecimento positivo ao sistema.

A aplicação da técnica de ajuste de controladores proposta neste trabalho mostra-se adequada para aplicação a sistemas de grande porte, conforme indica o projeto de ESPs derivados da potência elétrica para o sistema de 750 barras e 40 geradores. Por outro lado, técnicas convencionais, como o método que emprega a abordagem de autovalores-autovetores ou a técnica baseada na função sinal, esbarram de início em problemas de altos

requisitos de memória que torna inviável a sua implementação em plataformas com menos de 16 Mbytes de memória disponível. Isto contrasta com os cerca de 4 Mbytes exigidos para se codificar a técnica que calcula o ganho ótimo através da abordagem via equações de Chandrasekhar com exploração da esparsidade. Torna-se assim viável a execução dos programas correspondentes em microcomputadores da família PC 486. Testes adicionais relativos à variação dos parâmetros dos ESPs, posição dos autovalores, tempo de CPU, foram efetuados utilizando-se o sistema de 750 barras. Os resultados mostram que é possível obter ajustes de controladores nas primeiras iterações do Algoritmo 4.3.

Considera-se que o trabalho de uma maneira geral, cumpriu o objetivo original de desenvolver uma ferramenta para o projeto integrado de controladores em sistemas de potência de grande porte baseada no uso de técnicas de controle ótimo. Os bons resultados devem-se em parte à representação do sistema através da matriz Jacobiana aumentada, bastante esparsa, e o seu emprego no desdobramento das equações de Chandrasekhar. Ressalta-se que esta abordagem permite a aplicação não só a sistemas de potência, mas também a qualquer sistema que possa ser representado por sistemas descritores.

Outras pesquisas podem ser conduzidas para melhoramento do desempenho do método e aplicações em sistema reais. Algumas perspectivas para trabalhos futuro são:

- 1) Cálculo de alguns autovalores-autovetores dominantes empregando a abordagem da matriz Jacobiana aumentada para verificação do processo de convergência do ganho com restrições.
- 2) Estender a representação para incluir modelos de controles mais lentos e sistemas de excitação mais complexos.
- 3) Estender a técnica para aplicação em ajuste de reguladores no problema de carga-freqüência (ajuste do ganho integral e do coeficiente de polarização de áreas interligadas) [29, 19, 26].

- 4) Aplicação de técnicas de processamento paralelo [28], bastante em uso atualmente, na resolução das equações de Chandrasekhar.
- 5) Análise de robustez dos controladores projetados

# Bibliografia

- [1] S. Abe e A. Doi. “A New Power System Stabilizer Synthesis in Multimachine Power Systems”. *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, 102(12):3910–3918, December 1983.
- [2] B. D. O. Anderson e J. B. Moore. “*Linear Optimal Control*”. Prentice-Hall, Inc., 1971.
- [3] P. M. Anderson e A. A. Fouad. “*Power System Control and Stability*”. The Iowa State University Press, 1977.
- [4] V. R. U. Aramayo. “Ajuste de Controladores em Sistemas de Potência Incluindo Compensadores Estáticos de Reativo”. Dissertação de Mestrado, UFSC, Junho 1992.
- [5] A. R. Araújo. “Modelos Representativos das Cargas em Estudos de Estabilidade”. Tese de Livre Docência, EFEI, 1979.
- [6] V. Arcidiacono, E. Ferrari, R. Marconato, J. Dos Ghali, e D. Grandez. “Evaluation and Improvement of Electromechanical Oscillations Damping by Means of Eigenvalue-Eigenvector Analysis: Practical Results in the Central Peru Power System”. *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, 99(2):769–778, March/April 1980.
- [7] V. Arcidiacono, E. Ferrari, e F. Saccomanno. “Studies on Damping of Electromechanical Oscillations in Multimachine Systems with Longitudinal Structure”. *IEEE*

*Trans. on Power Apparatus and Systems*, (2):450–460, March/April 1976.

- [8] H. T. Banks e K. Ito. “A Numerical Algorithm for Optimal Feedback Gains in High Dimensional Linear Quadratic Regulator Problems”. *SIAM J. Control and Optimization*, 29(3):499–515, May 1991.
- [9] A. Y. Barraud. “Investigations Autour de la Fonction Signe D’une Matrice: Application a L’equation de Riccati”. *R.A.I.R.O., Automatique/Systems Analysis and Control*, 13(4):335–368, 1979.
- [10] D. J. Bender e A. J. Laub. “The Linear-Quadratic Optimal Regulator for Descriptor Systems”. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 32(8):672–688, August 1987.
- [11] G. Bortoni e R. Gomes. “Power Flow Control in Interconnected Systems: Modelling of New Devices in Transient Stability Simulations”. *CIGRÉ SC 38 - Colloquium, Florence*, May 1991.
- [12] R. L. Burden, J. D. Faires, e A. C. Reynolds. “*Numerical Analysis*”. Prindle, Weber & Schmitd, 2nd. ed., USA, 1981.
- [13] R. T. Byerly, D. E. Sherman, e R. J. Bennon. “*Frequency Domain Analysis of Low-Frequency Oscillations in Large Electric Power Systems*”. Interim Report EL-726, EPRI, April 1978.
- [14] J. M. Campagnolo e D. P. Pinto. “*Métodos de Solução de Sistemas Lineares Esparsos Aplicados a Sistemas de Potência*”. Relatório interno da disciplina Tópicos Especiais em Redes Elétricas - COPPE-UFRJ, 1990.
- [15] J. Casti. “*Dynamical Systems and Their Applications: Linear Theory*”. Academic Press, New York, 1977.
- [16] J. Casti e O. Kirschner. “Numerical Experiments in Linear Control Theory Using Generalized X - Y Equations”. *IEEE Trans. on AC*, 792–795, October 1976.

- [17] CEPEL. *“Programa AUTOVAL - Manual do Usuário”*. Relatório interno, 1986.
- [18] C. T. Chen. *“Linear System Theory and Design”*. Holt, Rinehart and Winston, USA, 1984.
- [19] C. A. D. Coelho. “Effective Use of Proportional-Integral Controllers for Stabilization and Tuning of Load-frequency Control Systems”. *IV Symposium of Specialist in Electric Operational and Expansion Planning, Foz do Iguaçu, Brazil*, May 1994.
- [20] C. Concordia e S. Ihara. “Load Representation in Power System Stability Studies”. *IEEE Trans. on Power Apparatus Systems* 101, 4:969–977, April 1982.
- [21] Grupo de Análise do Sistema - GTAS/S. *“Banco de Dados para Estudos de Estabilidade”*. GCOI - Relatório SCEL/GTAS, Maio 1988.
- [22] F. P. de Mello e C. Concordia. “Concepts of Synchronous Machine Stability as Affected by Excitation Control”. *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, 88(4):316–327, April 1969.
- [23] F. P. de Mello, P. J. Nolan, T. F. Laskowski, e J. M. Undrill. “Coordinated Application of Stabilizers in Multimachine Power Systems”. *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, 99(3):892–901, May/June 1980.
- [24] I. C. Decker. “Notas de Aulas da Disciplina Estabilidade”. *Departamento de Engenharia Elétrica - UFSC*, November 1994.
- [25] S. Elangovan e C. M. Lim. “Efficient Pole-assignment Method for Designing Stabilizers in Multimachine Power Systems”. *IEE Proceedings*, 134(6):383–384, November 1987.
- [26] O. I. Elgerd. *“Introdução a Teoria de Sistemas de Energia Elétrica”*. McGraw-Hill do Brasil, 1977.

- [27] M. Erche, E. Lerch, D. Povh, e R. Mihalic. "Improvement of Power System Performance using Electronic Equipment". *CIGRÉ artigo 14/37/38-02, Symposium on Technology and Benefits of Flexible AC Transmission Systems*, August/September 1992.
- [28] D. M. Falcão. "Parallel and Distributed Processing in Power System Simulation and Control". *IV Symposium of Specialist in Electric Operational and Expansion Planning, Foz do Iguaçu, Brazil*, May 1994.
- [29] C. E. Fosha Jr. e O. I. Elgerd. "A Megawatt-frequency Control Problem Systems: a New Approach via Optimal Control Theory". *IEEE Trans. on AC*, 563–577, April 1970.
- [30] F. D. Freitas. "Ajuste de Estabilizadores de Sistemas de Potência Via Controle Ótimo Com Restrições Estruturais". Exame de Qualificação de Doutorado, UFSC, Março 1993.
- [31] F. D. Freitas, H. E. Peña, e A. J. A. Simões Costa. "Projeto Integrado de Estabilizadores Multivariáveis para Geradores e Compensadores Estáticos de Reativo em Sistemas de Potência". *X Congresso Chileno de Engenharia Electrica, Valdivia, Chile*, Novembro 1993.
- [32] F. D. Freitas, A. S. e Silva, e A. J. A. Simões Costa. "Coordinated Setting of Stabilizers for Synchronous Generators and FACTS Devices in Power Systems". *Artigo aceito para apresentação no Symposium on Power Electronics in Electric Power Systems - Tokyo*, May 1995.
- [33] F. D. Freitas e A. J. A. Simões Costa. "Projeto de Estabilizadores de Sistemas de Potência via Controle Ótimo Usando Técnicas de Esparsidade". *Anais do X Congresso Brasileiro de Automática, Rio de Janeiro, Brasil*, 1994.

- [34] J. L. Gardner e A. J. Laub. "Parallel Algorithms for Algebraic Riccati Equations". *International Journal of Control*, 54(6):1317–1333, 1991.
- [35] J. C. Geromel. "*Methods and Techniques for Decentralized Control Systems: Analysis and Design*". Ed. Clup, Milano, Italy, 1987.
- [36] J. C. Geromel e P. L. D. Peres. "Decentralized Load-frequency Control". *IEE Proc., Pt. D*, 132(5):225–230, September 1985.
- [37] W. D. Hoskins. "The Numerical Solution of  $\mathbf{A}'\mathbf{Q} + \mathbf{Q}\mathbf{A} = -\mathbf{C}$ ". *IEEE Trans. on Automatic Control*, 882–883, October 1977.
- [38] T. Kailath. "Some New Algorithms for Recursive Estimation in Constant Linear Systems". *IEEE Trans. on Information Theory*, 19(6):750–760, November 1973.
- [39] M. Klein, G. J. Rogers, S. Moorthy, e P. Kundur. "Analytical Investigation of Factors Influencing Power System Stabilizers Performance". *IEEE Trans. on Energy Conversion*, 7(3):382–390, September 1992.
- [40] D. L. Kleinman. "On a Iterative Technique for Riccati Equation Computation". *IEEE Trans. on Automatic Control*, 13:114–115, 1968.
- [41] P. V. Kokotović e P. Sannuti. "Singular Perturbation Method for Reducing the Model Order in Optimal Control Design". *IEEE Trans. on Automatic Control*, 13(4):377–384, August 1968.
- [42] P. Kundur. "*Power System Stability and Control*". The EPRI Power System Engineering Series, McGraw-Hill, Inc, 1994.
- [43] V Kučera e C. E. de Souza. "A Necessary and Sufficient Condition of Output Feedback Stabilizability". *IFAC Symposium on Robust Control Design, Rio de Janeiro*, 133–135, 14-16 September 1994.



- [44] H. Kwakernaak e R. Sivan. *"Linear Optimal Control Systems"*. Wiley - Interscience, 1972.
- [45] E. Larsen, C. Bowler, B. Damsky, e S. Nilson. "Benefits of Thyristor Controlled Series Compensation". *International Conference on Large High Voltage Electric Systems (CIGRÉ)*, artigo 14/37/38-04, Paris, September 1992.
- [46] E. V. Larsen e D. A. Swann. "Applying Power System Stabilizers - Parts 1/3". *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, 100:3017–3046, June 1981.
- [47] A. J. Laub. "A Schur Method for Solving Algebraic Riccati Equations". *IEEE Trans. on Automatic Control*, 24(6):913–921, December 1979.
- [48] W. S. Levine e M. Athans. "On The Determination of the Optimal Constant Output Feedback Gains for Linear Multivariable Systems". *IEEE Trans. on Automatic Control*, (1), February 1970.
- [49] N. J. P. Macedo. "Análise e Controle da Estabilidade a Pequenas Perturbações de Sistemas Elétricos de Potência com Elos de Corrente Contínua e Compensadores Estáticos de Reativo". Tese de mestrado, COPPE/UFRJ, Maio 1992.
- [50] P. Makila e H. Toivonen. "Computational Methods for Parametric LQ Problems - a Survey". *IEEE Trans. on Automatic Control*, 658–671, 1987.
- [51] N. Martins. "Determinação dos Limites de Estabilidade Dinâmica de Sistemas Multimáquina Contendo Cargas Não-Lineares e Compensadores Estáticos". *VI Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Balneário Camboriú, SC, Brasil*, 1–28, 1981.
- [52] N. Martins. "Efficient Eigenvalue and Frequency Response Methods Applied to Power System Small-signal Stability Studies". *IEEE Trans. on Power Systems*, 1(1):217–226, February 1986.

- [53] N. Martins e L. T. G. Lima. "Determination of Suitable Locations for Power System Stabilizers and Static VAR Compensators for Damping Electromechanical Oscillations in Large Scale Power Systems". *Proc. of Power Industry Computer Application Conference*, 74-82, May 1989.
- [54] N. Martins e L. T. G. Lima. "Eigenvalue and Frequency Domain Analysis of Small-signal Electromechanical Stability Problems". *IEEE PES Symposium on Eigenanalysis and Frequency Domain Methods for System Dynamic Performance*, January 1990.
- [55] N. Martins, H. J. C. Pinto, A. Bianco, e H. J. P. Macedo. "TCSC Control Structures for Line Power Scheduling and Methods to Determine their Location and Tuning to Damp System Oscillation". *IV Symposium of Specialist in Electric Operational and Expansion Planning, Foz do Iguaçu, Brazil*, May 1994.
- [56] A. J. Moraes, Oliveira J. C., e E. J. P. Pacheco. "A Questão da Modelagem de Cargas em Estudos de Estabilidade Transitória". *X SNPTEE, CTBA/GSP/43, Curitiba, PR*, 1989.
- [57] T. I. A. Mustafá. "Projeto Coordenado de Controladores em Sistemas de Potência incluindo Elos de Corrente Contínua". Tese de Mestrado, UFSC, Setembro 1994.
- [58] M. Noroozian e G. Andersson. "Damping of Power System Oscillations by Use of Controllable Components". *IEEE Winter Meeting, New York*, Jan. 30 - Feb. 3 1994.
- [59] K. R. Padiyar, M. A. Pai, e C. Radhakrishna. "A Versatile System Model for the Dynamic Stability Analysis of Power Systems including HVDC Links". *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, 100(4):1871-1880, April 1981.
- [60] K. R. Padiyar, C. Radhakrishna, e P. Rajasekharam. "Dynamic Stabilization of Power Systems Through Reactive Power Modulation". *Electric Machines and Power*

- Systems*, 11:281–293, 1986.
- [61] F. L. Pagolo, I. J. Pérez-Arriaga, e G. C. Verghese. “On Sensitivities, Residues and Participations: Applications to Oscillatory Stability Analysis and Control”. *IEEE Trans. on Power Systems*, 4(1):278–285, February 1989.
  - [62] F. L. Pagolo, L. Rouco, e I. J. Pérez-Arriaga. “Analysis and Control of Small-signal Stability in Electric Power Systems by Selective Modal Analysis”. *IEEE - PES Eigenanalysis and Frequency Domain Methods for System Dynamic Performance*, 90TH0293-3-PWR, 1989.
  - [63] R. Patel e N. Munro. “*Multivariable System Theory and Design*”. Volume 4, Pergamon Press, Intl. Series, 1982.
  - [64] H. E. Peña. “Controle Ótimo Descentralizado Aplicado ao Projeto e Coordenação de Estabilizadores de Sistemas de Potência”. Tese de Doutorado, UFSC, Outubro 1992.
  - [65] I. J. Pérez-Arriaga, G. C. Verghese, e F. C. Schweppe. “Selective Modal Analysis with Applications to Electric Power Systems, Part 1: Heuristic Introduction. Part 2: The Dynamic Stability Problem”. *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, 101(9):3117–3134, September 1982.
  - [66] J. E. Potter. “Matrix Quadratic Solutions”. *J. SIAM Appl. Math.*, 14(3):496–501, May 1966.
  - [67] W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky, e W. T. Vetterling. “*Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing*”. Cambridge University Press, USA, 1987.
  - [68] L. Qiang, S. Y. Zhang, W. Z. Hong, e H. J. Ying. “Stabilization of Large Scale Power System by Means of Decentralized Optimal Control”. *IFAC/CIGRÉ Symposium on Control Application for Power System Security, Florence*, 1983.

- [69] IEEE Committee Report. "Excitation System Models for Power System Stability Studies". *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, 100(2):494–509, February 1981.
- [70] G. J. Rogers e P. Kundur. "Small-signal Stability of Power Systems". *IEEE - PES Eigenanalysis and Frequency Domain Methods for System Dynamic Performance*, 90TH0293-3-PWR, 1989.
- [71] A. S. e Silva, F. D. Freitas, e H. E. Peña. "Ajuste Coordenado de Controladores de Geradores Síncrono e Compensadores Estáticos de Reativo em Sistemas de Potência". *Workshop em Aplicações de Técnicas Lineares de Análise e Síntese a Sistemas de Potência - IX Congresso Brasileiro de Automática, Vitória -ES*, Setembro 1992.
- [72] A. J. A. Simões Costa, F. D. Freitas, e H. E. Peña. "Power System Stabilizer Design via Structurally Constrained Optimal Control". *Artigo aceito para publicação na revista Electric Power System Research - USA, Vol. 33, número 2*, 1995.
- [73] A. J. A. Simões Costa, F. D. Freitas, e A. S. e Silva. "Determination of Globally Coordinated Settings for Power System Stabilizers and FACTS Devices". *International Conference on Power System Technology, Beijing-China*, 18-21 October 1994.
- [74] A. J. A. Simões Costa, F. D. Freitas, e A. S. e Silva. "Simultaneous Parameter Setting of Power System Controllers for Global Damping Improvement". *artigo submetido ao IEEE PES Summer Meeting*, July 1995.
- [75] A. J. A. Simões Costa, A. S. Silva, e F. D. Freitas. "Coordinated Setting of Stabilizers for Synchronous Generators and Static Var Compensators in Multimachine Power Systems". *IV Symposium of Specialist in Electric Operational and Expansion Planning, Foz do Iguaçu, Brazil*, May 1994.

- [76] B. Stott. "Power System Dynamic Response Calculation". *Proc. IEEE*, 67(2):219–241, February 1979.
- [77] E. H. M. Tapia. "Síntese de Controladores de Sistemas de Potência Via Posicionamento Completo de Autovalores e Realimentação Descentralizada das Saídas". Tese de mestrado, UFSC, Outubro 1994.
- [78] M. Tarokh. "Approach to Pole Assignment by Centralised and Decentralised Output Feedback". *IEE Proc.*, Vol. 136, Pt. D(2), March 1989.
- [79] R. G. Teive. "Ajuste Coordenado de Sinais Estabilizadores em Sistemas de Potência Multimáquinas". Dissertação de Mestrado, UFSC, Outubro 1991.
- [80] W. F. Tinney. "Compensation Methods for Network Solution by Optimally Ordered Triangular Factorizations". *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, 98(1):123–127, January/February 1972.
- [81] W. F. Tinney, V. Brandwajn, e S. M. Chan. "Sparse Vector Methods". *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, 104(2), February 1985.
- [82] H. T. Toivonen. "A Globally Convergent Algorithm for the Optimal Constant Output Feedback Problem". *International Journal of Control*, 41(6):882–883, 1985.
- [83] L. Wang. "Eigenvalue Analysis of Large Power Systems". Ph.D Thesis, University of Toronto, Canada, 1991.
- [84] S. H. Wang e E. J. Davidson. "On the Stabilization of Decentralized Control Systems". *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. AC - 18, no. 5:473–478, October 1973.
- [85] L. Xu e Q. Lu. "A New Stabilizer Design Technique for Multimachine Power Systems". *Electric Power System Research*, (15):89–97, 1988.

- [86] T. C. Yang, N. Munro, e A. Brameller. "A New Decentralized Stabilization Method with Application to Power System Stabilizers Design". *Electric Power and Energy Systems*, 9(4), October 1987.
- [87] Y. N. Yu. "*Electric Power System Dynamics*". Academic Press, 1a. ed., 1983.
- [88] K Zollenkopf. "Bi-factorization - Basic Computational Algorithm and Programming Techniques". *J. K. Reid editor, Large Sparse Sets of Linear Equations, Academic Press*, 75–97, January/February 1987.

# Apêndice A: Dados do Sistema

## Máquina-Barra Infinita

Neste apêndice apresentam-se os dados do sistema máquina-barra infinita usados neste trabalho.

Dados de interconexões da rede em % da base 1000 MVA:

Linha 1 - 2:  $R = 0,70$  e  $X = 10,0$

Linha 2 - 3:  $R = 6,40$  e  $X = 90,0$

Linha 2 - 4:  $X = -90,0$

Linha 4 - 3:  $R = 12,80$   $X = 270,0$

Linha 2 - 5:  $X = 15,0$

Linha 5 - 3:  $R = 12,8$   $X = 165,0$

O ponto de operação foi calculado considerando o gerador fornecendo 1000 MW ao sistema. Os dados resultante do fluxo de carga é mostrado na Tabela A.1.

Os dados do gerador em p.u. e as constantes de tempo e constante de inércia em segundos são:  $H = 5,00$ ,  $x_d' = 0,30$ ,  $x_d = 1,00$ ,  $x_q = 0,70$ ,  $x_d'' = x_q'' = 0,25$ ,  $T_{do}' = 7,50$ ,  $T_{do}'' = 0,09$  e  $T_{qo}'' = 0,20$ .

Tabela A.1: Dados do fluxo de carga para o ponto de operação

<i>Barra</i>	<i>Tensão</i>	<i>Ângulo em graus</i>	<i>P Gerada (MW)</i>	<i>Q Gerada(MVAr)</i>
Barra 1	1.000	32,8	1000,0	218,3
Barra 2	0.976	27,0	0,0	0,0
Barra 3	1.000	0,0	-958,9	357,4
Barra 4	1.028	39,8	0,0	0,0
Barra 5	0.973	24,7	0,0	0,0

O sistema de excitação do gerador é do tipo estático cuja função de transferência é:

$$\frac{E_{fd}(s)}{V_{ref}(s)} = \frac{75}{1 + s0,05}$$

O controlador primário do TCSC tem os parâmetros:  $K_P = 1,0$ ,  $K_I = 40,0$  e  $T_d = 0,02\text{ s}$ .

O controlador do PHS apresenta os seguintes dados na base 1000 MVA  $K_P = -0,50$ ,  $K_I = -10,00$  e  $T_d = 0,02\text{ s}$ .



# Apêndice B: Dados do Sistema

## Equivalente Sul-Sudeste

Neste apêndice apresenta-se os dados relativos à rede equivalente do sistema Sul-Sudeste.

A Figura B.1 apresenta um diagrama unifilar da interligação entre a geração da usina

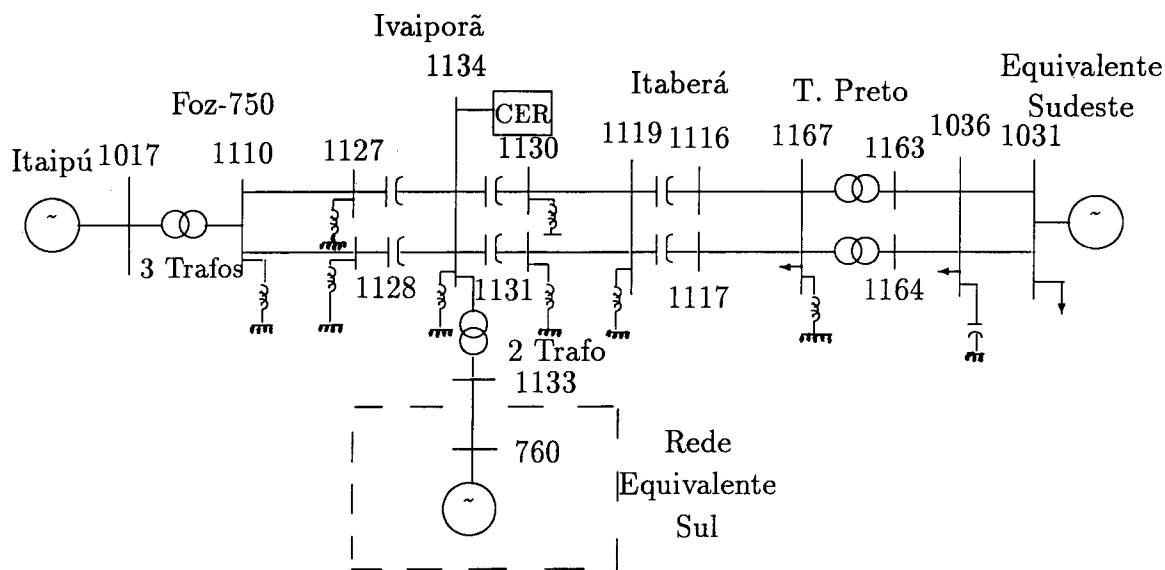


Figura B.1: Diagrama unifilar principal da rede equivalente ao sistema Sul-Sudeste

de Itaipú e o Sudeste. A transmissão é feita através de circuitos duplos de 750 kV com compensação série. A interligação com o sistema sul, neste diagrama, é feita através da

subestação de Ivaiporã. O sistema sul, designado na figura como “Equivalente da rede Sul”, apresenta 11 geradores que constituem as principais máquinas do sistema.

Os dados da rede completa na base 100 MVA são descritos a seguir.

Barra inicio	Barra fim	R (%)	X (%)	kVAr shunt	Tap
3	4	0.0	16.520	-	0.947
3	9	5.2200	26.070	46700	-
3	209	3.3800	18.800	34490	-
4	8	2.0100	4.5200	70	-
7	8	0.00	14.965	-	1.000
7	217	9.0000	28.280	6520	-
9	45	0.7800	3.8200	6840	-
35	84	1.9900	9.9200	17780	-
35	172	3.7400	18.710	33920	-
38	80	0.4500	2.3100	3970	-
38	80	0.4500	2.3100	3970	-
38	782	1.2000	6.1400	10540	-
38	782	1.2000	6.1400	10540	-
45	172	0.1200	0.6600	1210	-
53	80	0.1900	1.0300	2040	-
53	80	0.2200	1.1100	2320	-
53	80	0.2200	1.1100	2320	-
53	84	0.4500	2.2200	3980	-
53	162	0.4100	2.2400	4132	-
53	162	0.4100	2.2400	4132	-
53	165	4.7200	23.590	42290	-
53	181	3.8100	21.100	39200	-
53	243	2.0700	9.3300	17180	-
53	780	0.8300	4.3100	7420	-
80	750	0.0	1.2500	-	1.100
80	750	0.0	1.2500	-	1.100
80	750	0.0	1.2500	-	1.100
94	93	0.0	9.4500	-	1.000
94	93	0.0	9.4500	-	1.000
94	93	0.0	9.4500	-	1.000
94	93	0.0	9.4500	-	1.000
93	162	3.3000	18.460	33710	-
93	181	0.5100	2.8600	5230	-
93	209	1.4300	7.9400	14510	-
93	243	2.0400	11.230	20500	-
93	780	3.1900	17.750	32430	-
98	101	0.0	58.520	-	1.074
98	101	0.0	58.520	-	1.074
98	101	0.0	58.520	-	1.074
98	101	0.0	58.520	-	1.074
98	101	0.0	58.520	-	1.074
98	182	0.5600	1.8900	550	-
98	182	0.5600	1.8900	550	-
98	208	9.6700	23.480	5190	-
165	186	2.6900	13.450	24110	-
174	172	0.0	12.300	-	1.025
174	172	0.0	12.300	-	1.025
176	172	0.0	12.120	-	1.000
176	172	0.0	12.120	-	1.000
172	186	2.9000	14.360	26610	-
182	181	0.0	4.3600	-	1.029
183	181	0.0	14.570	-	1.000
183	181	0.0	14.570	-	1.000
181	213	2.8600	10.620	19400	-

Barra inicio	Barra fim	R (%)	X (%)	kVAr shunt	Tap
181	243	3.3700	12.860	23670	-
208	217	7.6200	23.940	5520	-
213	812	1.8300	9.1500	16410	-
568	569	0.0	3.2700	-	1.000
568	569	0.0	3.2600	-	1.000
568	569	0.0	3.2800	-	1.000
568	569	0.0	3.2200	-	1.000
568	748	0.0100	0.1200	15157	-
568	748	0.0100	0.1200	15157	-
637	820	1.8400	8.4400	14508	-
637	826	1.5500	7.9400	13684	-
678	739	2.3500	12.070	20759	-
678	749	2.3500	12.070	20759	-
780	702	0.0	24.420	-	1.000
800	705	0.0	14.354	-	1.000
800	705	0.0	14.354	-	1.000
802	706	0.0	9.0510	-	1.000
802	706	0.0	9.0510	-	1.000
812	710	0.0	9.2620	-	1.000
812	710	0.0	9.2620	-	1.000
820	712	0.0	6.8960	-	1.000
820	712	0.0	6.8960	-	1.000
820	712	0.0	6.8960	-	1.000
820	712	0.0	6.8960	-	1.000
820	712	0.0	6.8960	-	1.000
820	712	0.0	6.8960	-	1.000
820	712	0.0	6.8960	-	1.000
714	766	0.0	4.3400	-	1.000
714	766	0.0	4.3230	-	1.000
714	766	0.0	4.3400	-	1.000
714	766	0.0	4.3230	-	1.000
722	750	0.3130	3.9500	482620	-
722	766	0.1650	2.0910	255504	-
732	733	0.1250	1.5800	192984	-
739	732	0.0	1.2500	-	1.046
739	732	0.0	1.2500	-	1.046
732	742	0.0368	0.4640	58779	-
732	748	0.2170	2.7420	334994	-
734	733	0.0	1.2500	-	1.021
734	794	1.2900	6.6700	11470	-
734	794	1.4200	7.2900	12780	-
734	802	3.7520	19.420	33380	-
734	808	2.8170	14.613	25094	-
736	748	0.1620	2.0450	249744	-
736	750	0.2440	3.0900	377450	-
739	794	1.8000	9.3200	16050	-
739	794	1.8970	9.7140	17046	-
742	748	0.1930	2.4400	298090	-
749	748	0.0	1.2500	-	1.000
748	760	0.1590	2.0090	245487	-
748	766	0.1060	1.3280	163257	-
749	820	3.0400	15.690	27040	-
749	820	3.0400	15.690	27040	-
760	766	0.1530	1.9400	236973	-

Barra inicio	Barra fim	R (%)	X (%)	kVAr shunt	Tap
760	1133	0.0	-0.188	-	0.998
760	1133	0.0	-0.188	-	0.998
780	782	3.3700	12.500	22800	-
782	812	4.6200	23.450	41680	-
782	812	4.6200	23.450	41680	-
782	824	3.8600	19.850	34000	-
800	802	0.0140	0.0740	128	-
802	808	2.0610	10.690	18358	-
802	824	0.9500	4.9100	8430	-
802	824	0.9500	4.9100	8430	-
812	826	1.5200	7.8400	13520	-
812	826	1.5200	7.8400	13520	-
820	826	3.0700	15.880	27370	-
1110	1017	0.0	0.6700	-	1.000
1110	1017	0.0	0.6700	-	1000
1110	1017	0.0	0.6700	-	1000
1031	1036	0.1900	2.6190	62060	-
1031	1036	0.1900	2.6190	62060	-
1036	1163	0.0	-0.228	-	0.962
1036	1164	0.0	-0.228	-	0.962
1110	1128	0.0740	1.8120	868600	-
1110	1127	0.0740	1.8120	868600	-
1119	1116	0.0	-0.916	-	-
1116	1167	0.0740	1.8320	876980	-
1119	1117	0.0	-0.916	-	-
1117	1167	0.0740	1.8320	876980	-
1119	1130	0.0630	1.5600	745300	-
1119	1131	0.0630	1.5600	745300	-
1127	1134	0.0	-0.725	-	-
1128	1134	0.0	-0.725	-	-
1130	1134	0.0	-0.780	-	-
1131	1134	0.0	-0.780	-	-
1134	1133	0.0	0.8620	-	1.000
1134	1133	0.0	0.8620	-	1.000
1167	1163	0.0	1.0350	-	1.000
1167	1164	0.0	1.0350	-	1.000

A seguir são apresentados os dados obtidos da resolução do fluxo de carga para a condição de operação do sistema.

Barra	Nome	V (pu)	Teta (graus)	P. Gera. (MW)	Q. Gera. (MVar)	P. car. (MW)	Q. car. (MVar)	Capacitor (MVar)
1017	ITAIPU-5-500	1.045	29.3	3780.0	439.8R	0.0	0.0	0.
1031	SROQUE-3-345	1.001	0.0	6048.0	-404.0	4896.0	-260.0	0.
1036	TPRETO-3-345	1.012	-8.6	0.0	0.0	3047.0	-592.0	814.7
1110	FOZ.IG-7-750	1.039	24.9	0.0	0.0	0.0	0.0	-712.1
1116	IT/TP1 C-750	1.004	15.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
1117	IT/TP2-C-750	1.004	15.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
1119	ITBERA-7-750	1.042	5.8	0.0	0.0	0.0	0.0	-1433.1
1127	IV/FO1-C-750	1.046	6.6	0.0	0.0	0.0	0.0	-164.1
1128	IV/FO2-C-750	1.046	6.6	0.0	0.0	0.0	0.0	-164.1
1130	IV/IT1-C-750	1.052	21.5	0.0	0.0	0.0	0.0	-365.2
1131	IV/IT2-C-750	1.052	21.5	0.0	0.0	0.0	0.0	-365.2
1133	IVAIPO-0-000	1.047	13.9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
1134	IVAIPO-7-750	1.046	13.7	0.0	0.0	0.0	0.0	-361.3
1163	TPRET3-0-000	1.063	-9.7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
1164	TPRET3-0-000	1.063	-9.7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
1167	TPRETO-7-750	1.016	-4.5	0.0	0.0	1821.0	134.9	-681.1
568	GBMROCHA-525	1.031	16.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
569	GBMROCHA-GER	1.010	22.5	1420.0	-181.9R	0.0	0.0	0.0
637	PATOBRA-230	0.998	7.0	0.0	0.0	77.6	28.4	4.8
678	SAOMATEUS230	1.030	7.4	0.0	0.0	90.4	6.7	0.0
702	CHARQUEA-GER	1.005	9.9	0.0	0.0	-60.0	4.3	0.0
705	JLACERDABGER	1.050	10.0	120.0	33.0R	0.0	0.0	0.0
706	JLACERDACGER	1.050	10.7	220.0	54.9R	0.0	0.0	0.0
710	PFUNDO---GER	1.050	7.1	200.0	72.2R	0.0	0.0	0.0
712	SOSORIO--GER	1.040	20.4	900.0	93.0R	0.0	0.0	0.0
714	SSASTIAGAGER	1.000	24.3	1080.0	-228.3R	0.0	0.0	0.0
722	ITA-----525	1.008	13.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-304.7
732	CURITIBA 525	1.002	8.9	0.0	0.0	0.0	0.0	-301.2
733	BLUMENAU-525	0.998	6.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
734	BLUMENAU-230	1.009	3.6	0.0	0.0	272.3	68.5	0.0
736	CNOVOS---525	1.011	11.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-204.2
739	CURITIB--230	1.033	7.0	0.0	0.0	375.9	162.7	0.0
742	C.LARGO 525	1.013	10.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
748	FAREIA---525	1.032	15.6	0.0	0.0	0.0	0.0	-159.8
749	FAREIA---230	1.036	14.0	0.0	0.0	171.4	8.1	0.0
750	GRAVATAI-525	0.955	3.5	0.0	0.0	0.0	0.0	-273.9
760	IVAIPORA-525	1.045	13.8	0.0	0.0	437.4	-156.0	-218.2
766	SSANTIAG-525	1.031	17.7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
780	CHARQUEA-230	1.026	1.7	0.0	0.0	72.8	39.4	0.0
782	FARROUPI-230	1.021	-0.3	0.0	0.0	157.7	86.7	0.0
794	JOINVILL-230	0.987	2.8	0.0	0.0	219.0	136.1	0.0
800	JLACERDA-230	1.031	5.5	0.0	0.0	87.7	27.9	0.0
802	JLACERDAC230	1.031	5.4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
808	PALHOCA--230	1.001	1.9	0.0	0.0	81.9	37.3	0.0
812	PFUNDO 230	1.022	2.2	0.0	0.0	166.7	35.8	0.0
820	SOSORIO--230	1.035	14.9	0.0	0.0	567.6	26.0	0.0
824	SIDEROPO-230	1.014	3.2	0.0	0.0	139.1	65.6	0.0
826	XANXERE--230	0.994	2.8	0.0	0.0	208.2	74.5	0.0
3	ALEGRET2 230	1.000	-5.6	0.0	0.0	109.2	-13.8	0.0
4	ALEGRET 2 69	1.014	-11.4	0.0	0.0	52.8	18.1	11.1
7	ALEGRET1 138	0.990	-10.9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
8	ALEGRET1 69	1.005	-11.5	0.0	0.0	20.4	5.1	0.0

Barra	Nome		V	Teta	P. Gera.	Q. Gera.	P. car.	Q. car.	Capacitor
			(pu)	(graus)	(MW)	(MVar)	(MW)	(MVar)	(MVar)
9	BAGE 2	230	1.019	7.2	0.0	0.0	29.6	10.0	0.0
35	CAMAQUA	230	0.999	-0.4	0.0	0.0	31.8	13.0	0.0
38	CAMPOBOM	230	1.032	0.7	0.0	0.0	47.6	22.6	0.0
45	CANDIOTA	230	1.022	9.8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
53	C.IND.	230	1.032	0.8	0.0	0.0	69.8	35.7	0.0
80	GRAVATAI	230	1.038	1.3	0.0	0.0	404.4	115.5	0.0
84	GUAIBA 2	230	0.991	-4.1	0.0	0.0	474.1	84.0	0.0
93	ITAUBA	230	1.052	9.2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
94	ITAUBA-A-GER		1.048	14.7	452.0	3.9R	0.0	0.0	0.0
98	JACUI----	138	1.063	8.9	0.0	0.0	64.3	25.9	0.0
101	JACUI-A--GER		1.015	20.6	180.0	40.9R	0.0	0.0	0.0
162	POLOPETR	230	1.034	0.8	0.0	0.00	67.2	-8.0	0.0
165	PELOTAS3	230	1.033	0.6	0.0	0.0	18.8	8.7	0.0
172	PMEDICI	230	1.022	10.2	0.0	0.0	86.1	30.5	0.0
174	PMEDICIA-13A		1.048	14.0	112.0	4.8R	0.0	0.0	0.0
176	PMEDICIB-13A		1.028	19.8	290.0	34.8R	0.0	0.0	0.0
181	PREAL----	230	1.048	8.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
182	PREAL----	138	1.065	8.7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
183	PREAL-A--GER		1.048	12.8	126.0	5.5R	0.0	0.0	0.0
186	QUINTA	230	1.005	2.3	0.0	0.0	77.4	36.0	0.0
208	SMARIA 1	138	0.976	-1.6	0.0	0.0	31.4	13.6	6.9
209	SMARIA 3	230	1.035	4.1	0.0	0.0	25.3	10.6	0.0
213	SMARTA	230	1.007	1.8	0.0	0.0	118.5	35.3	0.0
217	S.VICENT	138	0.960	-8.9	0.0	0.0	38.0	16.5	10.0
243	V.AIRES	230	1.035	4.1	0.0	0.0	75.0	30.9	0.0

Os dados de máquinas do sistema Sul-Sudeste são apresentados a seguir.

\*\*\* SISTEMA SUL\_SUDESTE REDUZIDO 77 BARRAS E 13 GERADORES \*\*\*

7X700MVA Barra=1017 ITAIPU GERADOR - modelo subtransitorio  
 Sbase=100.0 xd=0.01740 xq=0.01320 x'd=0.00581 x''d=x''q=0.00468  
 H=261.590 T'do=7.6 Ka=30.0 Ta=0.05 T''do=0.09 T''qo=0.19

Maquina Equiv. Barra=1031 GERADOR SUDESTE - modelo classico  
 Sbase=100.0 x'd= 0.001 H=1000.0

6X175MVA Barra=712 SALTO OSORIO1E2 - modelo subtransitorio  
 Sbase=100.0 xd=0.1098 xq=0.05490 x'd=0.02830 x''d=x''q=0.02333  
 H=39.253 T'do=8.27 Ka=30.0 Ta=0.05 T''do=0.05 T''qo=0.07

4X333 MVA Barra=714 SALTO SANTIAGO - modelo subtransitorio  
 Sbase=100.0 xd=0.0620 xq=0.0421 x'd=0.0214 x''d=x''q=0.01570  
 H=57.284 T'do=10.0 Ka=30.0 Ta=0.05 T''do=0.04 T''qo=0.13

4X419 MVA Barra=569 G. B. MUNHOZ - modelo subtransitorio  
 Sbase=100.0 xd=0.0548 xq=0.0410 x'd=0.0180 x''d=x''q=0.0144  
 H=74.40 T'do=7.920 Ka=30.0 Ta=0.05 T''do=0.06 T''qo=0.09

2X110 MVA Barra=710 PASSO FUNDO - modelo subtransitorio  
 Sbase=100.0 xd=0.3384 xq=0.2392 x'd=0.09840 x''d=x''q=0.0754  
 H=11.308 T'do=4.91 Ka=30.0 Ta=0.05 T''do=0.03 T''qo=0.04

2X70 MVA Barra=183 PASSO REAL - modelo subtransitorio  
 Sbase=100.0 xd=0.71220 xq=0.531 x'd=0.2070 x''d=x''q=0.1803  
 H=4.516 T'do=7.32 Ka=30.0 Ta=0.05 T''do=0.031 T''qo=0.051

2X125 MVA Barra=706 JORGE LACERDA - modelo subtransitorio  
 Sbase=100.0 xd=0.74200 xq=0.74200 x'd=0.10060 x''d=x''q=0.0771  
 H=9.68 T'do=4.890 Ka=30.0 Ta=0.05 T''do=0.03 T''qo=0.056

2X66 MVA Barra=705 JORGE LACERDA - modelo subtransitorio  
 Sbase=100.0 xd=1.20000 xq=1.20000 x'd=0.15330 x''d=x''q=0.1067  
 H=5.06 T'do=5.0 Ka=30.0 Ta=0.05 T''do=0.03 T''qo=0.06

4X125 MVA Barra=94 ITAUBA - modelo subtransitorio  
 Sbase=100.0 xd=0.21060 xq=0.14570 x'd=0.055 x''d=x''q=0.0435  
 H=20.344 T'do=9.55 Ka=30.0 Ta=0.05 T''do=0.095 T''qo=0.125

6X30 MVA Barra=101 JACUI - modelo subtransitorio  
 Sbase=100.0 xd=0.81050 xq=0.53640 x'd=0.27 x''d=x''q=0.1704  
 H=11.5900 T'do=6.10 Ka=30.0 Ta=0.05 T''do=0.105 T''qo=0.18

2X63 MVA Barra=174 P. MEDICI A - modelo subtransitorio  
 Sbase=100.0 xd=1.15200 xq=1.15200 x'd=0.1212 x''d=x''q=0.0909  
 H=4.98 T'do=5.0 Ka=30.0 Ta=0.05 T''do=0.06 T''qo=0.057

2X160 MVA Barra=176 P. MEDICI B - modelo subtransitorio  
 Sbase=100.0 xd=0.4728 xq=0.4728 x'd=0.0637 x''d=x''q=0.0491  
 H=10.58 T'do=6.34 Ka=30.0 Ta=0.05 T''do=0.0324 T''qo=0.109



Os dados dos equipamentos FACTS usados são:

CER na barra 1134:  $K_s = 50$ ,  $T_s = 0,15 \text{ s}$

TCSC entre as barras 1119 e 1116:  $K_I = 40$ ,  $K_P = 1$ ,  $T_d = 0,02 \text{ s}$

PHS1 entre as barra 1167 e 1163:  $K_I = -0.1$ ,  $K_P = -0,0001$ ,  $T_d = 0,02 \text{ s}$

PHS2 entre as barra 449 e 448:  $K_I = -0.1$ ,  $K_P = -0,0001$ ,  $T_d = 0,02 \text{ s}$

# Apêndice C: Conceitos Básicos de Análise Modal

Suponha o sistema linear de estado dado por:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (\text{C.1})$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (\text{C.2})$$

Alguns conceitos relativos a este sistema são descritos a seguir tendo em vista a abrangência no texto principal. Maiores detalhes podem ser obtidos na referência [42].

## C.1 Autovalores e Modos de Oscilação

Os autovalores de  $\mathbf{A}$  são as raízes da equação característica correspondente à representação de estado do sistema. Estas raízes são definidas como os valores de  $\lambda$  os quais satisfazem a:

$$\det(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}) = 0 \quad (\text{C.3})$$

A resposta livre do sistema (C.1)-(C.2) é obtida a partir das condições iniciais do sistema, considerado sem excitação (entrada nula). Esta resposta é composta por um

somatório de funções exponenciais do tipo  $\mathbf{x}(t) = \sum_{i=1}^n \mathbf{p}_i e^{\lambda_i t}$  e pode ser encontrada facilmente através da equação (C.1), via transformação linear de Laplace. O termo  $e^{\lambda_i t}$ , associado ao autovalor  $\lambda_i$ , é definido como *modo de oscilação* (ou simplesmente como modo) do sistema.

## C.2 Autovetores e “Mode Shape”

Para cada autovalor  $\lambda_i$  existe um vetor  $\mathbf{w}_i \in \mathbb{R}^n$  que satisfaz a equação:

$$\mathbf{A}\mathbf{w}_i = \lambda_i \mathbf{w}_i \quad (\text{C.4})$$

Um vetor deste tipo é chamado *autovetor à direita* de  $\mathbf{A}$ . Também existe um vetor linha  $\mathbf{v}_i \in \mathbb{R}^{1 \times n}$  o qual satisfaz:

$$\mathbf{v}_i \mathbf{A} = \lambda_i \mathbf{v}_i \quad (\text{C.5})$$

O vetor linha neste caso é chamado *autovetor à esquerda* de  $\mathbf{A}$ .

Um sistema contendo autovalores distintos apresenta os respectivos autovetores à direita e à esquerda formando um conjunto ortogonal [18, 42], isto é:

$$\mathbf{v}_i \mathbf{w}_j = k_i \quad \text{se } i = j \quad (\text{C.6})$$

$$= 0 \quad \text{se } i \neq j \quad (\text{C.7})$$

A realação entre os elementos de ambos autovetores é única, porém eles podem ser multiplicados por uma constante arbitrária não-nula. Esta constante normalmente é escolhida de tal forma que  $k_i = 1$ , como será adotado para o texto a partir deste ponto. Esta propriedade de ortogonalidade permite que o vetor de estado  $\mathbf{x}$  seja expandido como uma combinação dos seus modos.

Se  $\Gamma_i = p_i e^{\lambda_i t}$ , então:

$$\mathbf{x} = \sum_i^n \mathbf{w}_i \Gamma_i. \quad (\text{C.8})$$

Substituindo esses termos na equação de estado e pré-multiplicando em seguida por cada autovetor à esquerda, pode-se separar o sistema em equações por modo. Ou seja:

$$\dot{\Gamma}_i = \lambda_i \Gamma_i, \quad \Gamma_i = \mathbf{v}_i \mathbf{x}(0) \quad (\text{C.9})$$

Logo a solução é (para resposta livre):

$$\Gamma_i = \mathbf{v}_i \mathbf{x}(0) e^{\lambda_i t} \quad (\text{C.10})$$

Portanto, o autovetor à direita descreve como cada modo do sistema está distribuído através do vetor de estado (equação (C.8)). Esta característica é definida como “*mode shape*” dos estados [61, 70]. Por sua vez, o autovetor à esquerda em conjunto com as condições iniciais do vetor de estado determinam a *magnitude do modo*.

Colocando-se os  $n$  autovetores à direita em  $n$  colunas da matriz  $\mathbf{W}$  e os  $n$  autovetores à esquerda em  $n$  linhas da matriz  $\mathbf{V}$ , tem-se as relações:

$$\mathbf{W} = \mathbf{V}^{-1} \quad (\text{C.11})$$

sendo que  $\mathbf{W} = \mathbf{V}^T$  na situação em que  $k_i = 1$  (vetores ortonormais) [18]. Tem-se ainda:

$$\Lambda = \mathbf{V} \mathbf{A} \mathbf{W} \quad (\text{C.12})$$

onde  $\Lambda$  é uma matriz diagonal contendo os autovalores de  $\mathbf{A}$ , e  $\mathbf{V}$  é definida como matriz modal.

### C.3 Fatores de Controlabilidade e Observabilidade

Considere agora que o sistema tenha uma entrada  $u$  presente. Pode-se separar as equações modais como [42]:

$$\dot{\Gamma}_i = \lambda_i \Gamma_i + \mathbf{v}_i \mathbf{B} u, \quad \Gamma_i(0) = \mathbf{v}_i \mathbf{x}(0) \quad (\text{C.13})$$

onde  $\mathbf{B} = [\mathbf{b}^1 \ \dots \ \mathbf{b}^N]$  e  $\mathbf{b}^i$  é um vetor associado com a  $i$ -ésima variável de controle.

Uma medida da saída em termos dos modos é dada por:

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} = \mathbf{C}\mathbf{W}\mathbf{\Gamma} \quad (\text{C.14})$$

onde  $\mathbf{\Gamma} = [\Gamma_1 \ \Gamma_2 \ \dots \ \Gamma_n]^T$ ,  $\mathbf{C} = [\mathbf{c}^{1T} \ \dots \ \mathbf{c}^{NT}]^T$  e  $\mathbf{c}^i$  é um vetor linha associado à  $i$ -ésima saída.

Define-se  $\bar{\mathbf{B}} = \mathbf{V}\mathbf{B}$  como a matriz de controlabilidade de modo do sistema e os seus elementos como *fatores de controlabilidade de modo*. Se alguma linha desta matriz é nula, o correspondente modo é dito *não-controlável* [70, 53].

De forma análoga, define-se o produto  $\bar{\mathbf{C}} = \mathbf{C}\mathbf{W}$  como a matriz de observabilidade de modo do sistema. Cada um dos seus elementos é definido como *fator de observabilidade de modo*. Se alguma coluna da matriz de observabilidade de modo é nula, o correspondente modo é *não observável* [70, 53].

## C.4 Resíduos

A resposta do sistema em função da entrada pode ser obtida relacionando-se as equações modais e a saída. Para a  $i$ -ésima entrada  $u_i$  e a  $i$ -ésima saída  $y_i$ , pode-se obter a seguinte função de transferência:

$$G_i(s) = \frac{y_i(s)}{u_i(s)} = \mathbf{c}^i \mathbf{W} \mathbf{\Gamma}(s) = \mathbf{c}^i \mathbf{W}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{V} \mathbf{b}^i = \bar{\mathbf{c}}^i (s\mathbf{I} - \mathbf{\Lambda})^{-1} \bar{\mathbf{b}}^i \quad (\text{C.15})$$

onde os pólos de  $G(s)$  correspondem aos autovalores da matriz de estado;  $\bar{\mathbf{b}}^i$  é a  $i$ -ésima coluna da matriz de controlabilidade de modo; e  $\bar{\mathbf{c}}^i$  é a  $i$ -ésima linha da matriz de observabilidade de modo.

A expressão (C.15) pode ser expandida em função dos modos  $e^{\lambda_k t}$  do sistema a partir da seguinte expressão:

$$G_i(s) = \sum_k^n \frac{R_k^i}{s - \lambda_k} \quad (\text{C.16})$$

$$R_k^i \triangleq \lim_{s \rightarrow \lambda_k} \frac{G_i(s)}{s - \lambda_k} = \bar{c}_k^i \bar{b}_k^i \quad (C.17)$$

onde a constante  $R_k^i \in \mathcal{C}$  é definida como o *resíduo* da função de transferência  $G_i(s)$  associado ao pólo (autovalor)  $\lambda_k$ . Esta constante é obtida através do produto dos fatores de observabilidade e controlabilidade de modo.

Do ponto de vista físico do sistema, os fatores de observabilidade são indicadores dos modos mais observáveis a uma saída. Os fatores de controlabilidade indicam as malhas de controle mais propícias para controlar um modo. Os resíduos por sua vez englobam ambas informações, sendo portanto mais adequados para localização de uma malha de controle para amortecer um certo modo.

## C.5 Fatores de Participação

O conceito de fatores de participação foi desenvolvido originalmente em [65], inicialmente para medir o grau de participação de uma variável de estado sobre um modo. Os fatores de participação podem ser vistos como autovetores à direita ponderados por autovetores à esquerda. Participações generalizadas podem ser definidas tomando-se a  $i$ -ésima componente do  $k$ -ésimo autovetor à direita e a  $j$ -ésima componente do respectivo autovetor à esquerda. Ou seja,

$$P_{ikj} = w_{ik} v_{ik} \quad i, j, k = 1, 2, 3, \dots, n \quad (C.18)$$

O *fator de participação* é um caso particular importante definido quando  $i = j$  como:

$$P_{ik} \triangleq w_{ik} v_{ik} \quad i, k = 1, 2, 3, \dots, n \quad (C.19)$$

A constante  $P_{ik}$  mede a participação do *estado*  $i$  sobre o  $k$ -ésimo *modo de oscilação*. Da propriedade de ortogonalidade dos autovetores, a soma de  $P_{ik}$  de um estado em todos modos é 1 e a soma  $P_{ikj}$  para qualquer par  $i \neq j$  é nula em todos modos.

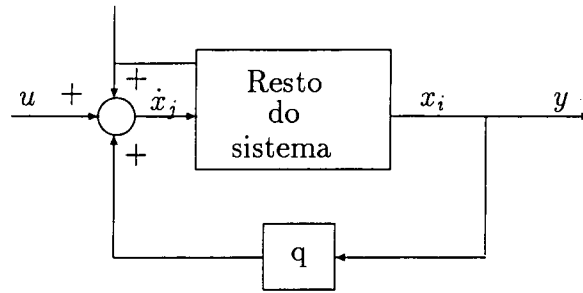


Figura C.1: Interpretação das participações

As participações representam a sensibilidade do  $k$ -ésimo autovalor às variações em um elemento  $q$  da matriz de estado [61]. De uma outra forma,

$$P_{ikj} = \frac{d\lambda_k}{dq} \quad \text{para } q = a_{ij} \quad (\text{C.20})$$

Uma interpretação dos fatores de participação é mostrada através da Figura C.1 [61].

Nesta figura, a parcela  $P_{ikj}$  é representada pelo resíduo devido ao  $k$ -ésimo autovalor da função de transferência que relaciona a saída  $y = x_i$  e a entrada  $\dot{x}_j$ . Neste caso,  $P_{ikj}$  é a sensibilidade de  $\lambda_k$  para pequenas variações em  $q$ . Quando  $i = j$ ,  $P_{ik} \triangleq \frac{\partial \lambda_k}{\partial a_{ii}}$  (caso de  $P_{ik}$  definido anteriormente) o fator de participação indica que o  $k$ -ésimo autovalor é bastante sensível a um sinal de realimentação local envolvendo a  $i$ -ésima variável de estado.

# Apêndice D: Alguns Métodos de Resolução da Equação de Riccati

Neste apêndice apresentam-se algumas técnicas de resolução da equação de Riccati. Inicialmente, os conceitos de matriz hamiltoniana e sua forma diagonal são mostrados, tendo em vista o seu uso ao longo do texto corrente.

## D.1 Matriz Hamiltoniana

Considere a definição de um índice a ser minimizado com ponderações de estado e esforços de controle conforme equação (3.4) e sujeito às restrições das equações de estados. Existem uma série de métodos para determinação da solução desse problema. Em dois métodos que serão vistos adiante, emprega-se uma formulação aumentada para o problema que é função das matrizes de estados e matrizes de ponderação de controles e estados. Esta matriz aumentada tem dimensão  $2n \times 2n$  e é designada como *matriz Hamiltoniana* do sistema [44]. Os elementos desta matriz são dispostos na matriz  $\mathbf{Z}$  abaixo. Ou seja:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T \\ -\mathbf{Q} & -\mathbf{A}^T \end{bmatrix} \quad (\text{D.1})$$



Assumindo-se estabilizabilidade do par  $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$  e detectabilidade do par  $(\mathbf{A}, \mathbf{Q}^{\frac{1}{2}})$ , pode-se mostrar que a matriz  $\mathbf{Z}$  é diagonalizável através da relação:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{W} \begin{bmatrix} \Lambda & 0 \\ 0 & -\Lambda \end{bmatrix} \mathbf{W}^{-1} \quad (\text{D.2})$$

onde  $\Lambda$  é uma matriz diagonal construída a partir dos valores característicos de  $\mathbf{Z}$ ; a matriz  $\mathbf{W}$  é composta dos valores característicos de  $\mathbf{Z}$ ; o  $i$ -ésimo vetor coluna de  $\mathbf{W}$  é o autovetor de  $\mathbf{Z}$  correspondente ao autovalor na  $i$ -ésima posição da matriz diagonal  $\text{diag}\{\Lambda, -\Lambda\}$ .

## D.2 Solução da Equação de Riccati

### D.2.1 Método de Autovalores-Autovetores

A fim de obter a solução da equação de Riccati em regime estacionário, considera-se a equação (D.2). A solução assintótica em regime estacionário é obtida por [44, 66]:

$$\mathbf{P} = \mathbf{W}_{22} \mathbf{W}_{12}^{-1} \quad (\text{D.3})$$

onde  $\mathbf{W}_{22}$  e  $\mathbf{W}_{12}$  são matrizes obtidas particionando  $\mathbf{W}$  da seguinte forma:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{11} & \mathbf{W}_{12} \\ \mathbf{W}_{21} & \mathbf{W}_{22} \end{bmatrix} \quad (\text{D.4})$$

A matriz  $\mathbf{W}$  é arranjada de forma que as suas  $n$  primeiras colunas correspondam aos autovalores de  $\mathbf{Z}$  com parte real positiva, e as últimas colunas estejam associadas aos  $n$  autovalores com parte real negativa.

Geralmente, alguns autovalores de  $\mathbf{Z}$  podem ser complexos, de forma que  $\mathbf{W}_{22}$  e  $\mathbf{W}_{12}$  podem ser matrizes complexas. Com o objetivo de evitar operações com números complexos é possível efetuar uma transformação linear não-singular:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W}'_{12} \\ \mathbf{W}'_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{12} \\ \mathbf{W}_{22} \end{bmatrix} \mathbf{U} \quad (\text{D.5})$$

de modo que cada par de autovetor coluna conjugado complexo é substituído por dois vetores reais, correspondendo à parte real e à parte imaginária do vetor complexo original. Desta forma, pode-se deduzir a seguinte relação de igualdade:

$$\mathbf{W}'_{22} \mathbf{W}'_{12}{}^{-1} = (\mathbf{W}_{22} \mathbf{U})(\mathbf{W}_{12} \mathbf{U})^{-1} = \mathbf{W}_{22} \mathbf{W}_{12}^{-1} = \quad (\text{D.6})$$

o qual mostra que  $\mathbf{W}'_{22}$  e  $\mathbf{W}'_{12}$  são matrizes reais que podem ser usadas para computar a solução da equação de Riccati em vez das grandezas  $\mathbf{W}_{22}$  e  $\mathbf{W}_{12}$ .

A eficiência deste método depende porém de uma técnica altamente confiável e estável para cálculo de autovalores-autovetores. Além disso, é indispensável um bom condicionamento da matriz  $\mathbf{W}_{12}$ , tendo em vista a sua inversão.

### D.2.2 Método da Função Sinal

O método da função sinal pode ser visto como uma simplificação da técnica de autovalores-autovetores para determinação de uma solução estabilizadora  $\mathbf{P}_s$  da equação de Riccati [15].

Define-se a *função sinal* de uma matriz  $\mathbf{Z}$  como [9, 15]:

$$\text{sinal}(\mathbf{Z}) \triangleq \lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{Z}_{k+1} \quad (\text{D.7})$$

onde

$$\mathbf{Z}_{k+1} = \frac{1}{2}(\mathbf{Z}_k + \mathbf{Z}_k^{-1}), \quad k = 0, 1, \dots; \quad \mathbf{Z}_0 = \mathbf{Z}$$

Também define-se

$$\text{sinal}^+(\mathbf{Z}) \triangleq \frac{1}{2}(\mathbf{I} + \text{sinal}(\mathbf{Z})). \quad (\text{D.8})$$

Supondo-se que a matriz  $\mathbf{F} \triangleq \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}$  seja estável, define-se a matriz  $\mathbf{V}$  como solução da equação:

$$\mathbf{0} = \mathbf{F}\mathbf{V} + \mathbf{V}\mathbf{F}^T + \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T \quad (\text{D.9})$$

É fácil verificar que a matriz

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T \\ -\mathbf{Q} & -\mathbf{A}^T \end{bmatrix}$$

satisfaz

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{V} \\ \mathbf{P} & \mathbf{I} - \mathbf{P}\mathbf{V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{F} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{F}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} - \mathbf{V}\mathbf{P} & \mathbf{V} \\ -\mathbf{P} & \mathbf{I} \end{bmatrix}. \quad (\text{D.10})$$

Portanto

$$\begin{aligned} \text{sin}al^+(\mathbf{U}) &= \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{V} \\ \mathbf{P} & \mathbf{I} - \mathbf{P}\mathbf{V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} - \mathbf{V}\mathbf{P} & \mathbf{V} \\ -\mathbf{P} & \mathbf{I} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{V}\mathbf{P} & -\mathbf{V} \\ -(\mathbf{I} - \mathbf{P}\mathbf{V})\mathbf{P} & \mathbf{I} - \mathbf{P}\mathbf{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s1} & \mathbf{U}_{s2} \\ \mathbf{U}_{s3} & \mathbf{U}_{s4} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{D.11})$$

e a matriz que soluciona a equação de Riccati é prontamente obtida, se  $\mathbf{V}$  é inversível.

Um algoritmo para cálculo da solução da equação de Riccati  $\mathbf{P}_s$  é [15]:

- i) Determine a matriz  $\text{sin}al^+(\mathbf{U})$ ;
- ii) A partir do  $\text{sin}al^+(\mathbf{U})$ , extraídos dos dois blocos superiores da equação (D.11), obter  $\mathbf{V}\mathbf{P}$  e  $\mathbf{V}$ ;
- iii) Inverter  $\mathbf{V}$  e obter a solução  $\mathbf{P}_s$  a partir de  $\mathbf{V}\mathbf{P}$ , ou seja

$$\mathbf{P}_s = \mathbf{P} = \mathbf{V}^{-1}\mathbf{U}_{s1} = -\mathbf{U}_{s2}^{-1}\mathbf{U}_{s1}$$

### D.2.3 Método de Newton-Raphson

Este método é baseado em repetidas soluções de um sistema de equações matriciais lineares do tipo (equação de Lyapunov [44, 37]):

$$\mathbf{A}^T\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{Q}' = \mathbf{0} \quad (\text{D.12})$$

A solução da equação de Riccati, em regime estacionário, deve satisfazer a seguinte equação algébrica:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} - \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad (\text{D.13})$$

Considere a seguinte função matricial:

$$\mathbf{f}(\mathbf{P}) = \mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} - \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} + \mathbf{Q} \quad (\text{D.14})$$

O problema consiste em determinar a matriz simétrica  $\mathbf{P}$  não-negativa definida tal que  $\mathbf{f}(\mathbf{P}) = \mathbf{0}$ . A solução deste problema é obtida através de um procedimento iterativo sobre  $\mathbf{f}(\mathbf{P})$ , partindo-se de uma solução inicial  $\mathbf{P}_0$ , de forma que na iteração  $k$ , chega-se à solução  $\mathbf{P} = \mathbf{P}_k + \Delta \mathbf{P}$ . Se o incremento  $\Delta \mathbf{P}$  é pequeno, pode-se aproximar  $\mathbf{f}(\mathbf{P})$ , omitindo-se os termos quadráticos em  $\Delta \mathbf{P}$ . Ou seja:

$$\mathbf{f}(\mathbf{P}) = -\mathbf{A}^T(\mathbf{P}_k + \Delta \mathbf{P}) + (\mathbf{P}_k + \Delta \mathbf{P})\mathbf{A} - \mathbf{P}_k \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}_k - \mathbf{P}_k \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \Delta \mathbf{P} - \Delta \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}_k + \mathbf{Q} \quad (\text{D.15})$$

A idéia básica do método de Newton-Raphson é estimar  $\Delta \mathbf{P}$  através do ajuste do lado direito da equação (D.15) a zero. Se a estimativa de  $\Delta \mathbf{P}$  assim obtida é denotada por  $\Delta \mathbf{P}_k$  e  $\mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{P}_k + \Delta \mathbf{P}_k$ , então encontra-se:

$$\mathbf{0} = \mathbf{A}_k^T \mathbf{P}_{k+1} + \mathbf{P}_{k+1} \mathbf{A}_k + \mathbf{P}_k \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}_k + \mathbf{Q} \quad (\text{D.16})$$

onde  $\mathbf{A}_k = \mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}_k$ .

A expressão (D.16) é do tipo equação de Lyapunov [37, 44].

Enuncia-se então o seguinte algoritmo para resolver a equação algébrica de Riccati:

- i) Escolha uma estimativa inicial  $\mathbf{P}_0$  e ajuste o índice de iteração  $k$  em zero;
- ii) Calcule  $\mathbf{P}_{k+1}$  através de (D.16).
- iii) Se a convergência foi obtida, parar; senão, incrementar  $k$  e voltar ao passo ii).

KLEINMAN [40] mostrou que se a equação algébrica de Riccati tem uma única solução não-negativa definida,  $\mathbf{P}_k$  e  $\mathbf{P}_{k+1}$  satisfazem a seguinte desigualdade:

$$\mathbf{P}_{k+1} \leq \mathbf{P}_k, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{D.17})$$

e

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{P}_k = \mathbf{P}, \quad (\text{D.18})$$

se  $\mathbf{A}_0 = \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}_0$  é assintoticamente estável. Isto significa que o processo de convergência é garantido se a estimativa inicial é adequadamente escolhida.

### D.2.4 Método de Integração Direta

No Capítulo IV, a equação matricial diferencial de Riccati é dada por:

$$-\dot{\mathbf{P}} = \mathbf{A}^T\mathbf{P}(t) + \mathbf{P}(t)\mathbf{A} - \mathbf{P}(t)\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}(t) + \mathbf{Q}, \quad \mathbf{P}(T) = \mathbf{0} \quad (\text{D.19})$$

O procedimento para resolução desta equação através de integração numérica direta consiste em considerá-la como um conjunto de  $n^2$  equações diferenciais não-lineares de primeira ordem. Se a solução converge para um valor constante, como é usual em casos em que há invariância no tempo, algum critério de parada é necessário. Uma desvantagem desta abordagem é que para elevada precisão, um valor bastante pequeno do passo de integração torna-se necessário, o que resulta em um grande número de amostras. Além disso, a simetria de  $\mathbf{P}(t)$  tende a ser destruída devido ao acúmulo de erros numéricos provenientes do processo de integração. Estes erros são minimizados, substituindo-se  $\mathbf{P}(t)$  pela média  $\frac{1}{2}[\mathbf{P}(t) + \mathbf{P}^T(t)]$ . Alternativamente, a simetria de  $\mathbf{P}(t)$  pode ser explorada, o que diminui o número de equações para  $\frac{1}{2}n(n+1)$ . Este método conduz a resultados insatisfatórios quando a integração ocorre no sentido direto de  $t$  (valores positivos de tempo), em virtude da instabilidade da equação de Riccati neste sentido da integração.